修士論文

到来方向推定アルゴリズムの精度と性能に関する研究

A Study on Performance and Accuracy of DOA Estimation Algorithms

指導教官　新井 宏之　教授

平成15年1月31日提出

横浜国立大学大学院　工学府　物理情報工学専攻
電気電子ネットワークコース
01GD128　**品川　仁**

要約

移動通信や室内無線通信 (無線 LAN) などで基地局の設置を効率良く行ったり，多重波伝播を適切にモデル化するためには状況や環境に応じて電波伝播構造を詳細に把握することが大切である．そのため到来波 (多重波，干渉波) の分離推定が重要な技術となる．そこで，MUSIC アルゴリズムや ESPRIT アルゴリズムなどの超分解能を有する到来方向推定アルゴリズムが近年注目を浴びている．これらの到来方向推定アルゴリズムに関しては，様々な検討がなされているが，それらの多くは単一のアルゴリズムの評価であったり，量子化誤差が考慮されていないものである．しかし，移動通信，特に高速データ伝送のためには，これらのアルゴリズムを DSP や FPGA などのデバイスに実装することが必須となり，その際アルゴリズムの内部演算の量子化が推定誤差にどのような影響を与えるか検討することが必要である．

本研究では，代表的な到来方向推定アルゴリズムの推定精度や演算量について，各アルゴリズムを同じ条件下で定量的に比較し，更に，内部演算の量子化誤差も含めた検討を行い，アルゴリズムによる特性の違いを明らかにする．検討内容としては，まず MUSIC，Root-MUSIC，ESPRIT などの通常の到来方向推定アルゴリズムと，それらにユニタリ変換を施したユニタリアルゴリズム (Unitary MUSIC, Unitary Root-MUSIC, Unitary ESPRIT) の 6 つの到来方向推定アルゴリズムについて到来方向やアレー素子数，到来波数などのパラメータを変化させシミュレーションを行いその基本特性を確認する．次に，DSP や FPGA などのデバイスへ実装した場合を考慮し，内部演算を固定小数点で行うことによる量子化誤差が到来方向推定の精度に与える影響について検討する．さらに，アルゴリズムの演算量についての検討も行い，到来波数に応じた自由度で効率の良い演算が可能で，かつ実数演算のため演算効率の更なる向上が図れ，内部演算量子化が推定精度に与える影響が最も小さい Unitary ESPRIT が，固定小数点演算のデジタルデバイスに実装するのに最も適したアルゴリズムであるという結論を得た．最後に，ビームスペース方式を到来方向推定アルゴリズムに適用したアルゴリズムについて，その推定精度や演算量に関する検討を行い，更なる推定精度の向上や演算量の低減の可能性を示し，その有効性を示す．

目次

第 1 章

序論

移動通信や室内無線通信 (無線 LAN) などで基地局の設置を効率良く行ったり，多重波伝播を適切にモデル化するには状況や環境に応じて電波伝播構造を詳細に把握することが大切である．また，移動体通信，特に高速データ伝送において，遅延波や他の基地局からの干渉波などの妨害波の除去が重要な課題である (図 1.1)．そのため到来波 (多重波，干渉波) の分離推定が重要な技術となる．そして，これらの要求を実現するための技術として注目されているのが，アレーアンテナによる高分解能到来方向推定アルゴリズムである．アレーアンテナとは，複数個のアンテナを配列し，各々の素子の励振の振幅および位相を独立に制御できるようにしたもののことである．さらに，指向性特性の適応制御を行うアレーアンテナシステムをアダプティブアレーと呼ぶ．アレーアンテナによって受信した複数の異なる地点における波動信号の測定データに信号処理を施すことによって，各到来波の到来方向や電力レベル，伝搬遅延時間などの信号パラメータを抽出することが可能となる．アレーアンテナを用いる理由としては，微弱な電波でもアレー素子出力をコヒーレントに足し合わせることにより信号対雑音比 (SNR) を増大させ，探知が可能となること．素子数を増やしアレーの開口を大きくするとアレーアンテナのメインローブが鋭くなり，信号の空間的分離 (到来方向による分離) が容易になること．電気的にメインローブの走査が出来ることなどが挙げられる．

到来波の到来方向推定法についてはいくつか報告されている．もっとも基本的な方法はフーリエ変換と同じ原理であるビームフォーマ (beamformer) 法で，その後，ある方向にメインローブを向けると同時に他の方向からの出力への寄与を最小化する Capon 法，ヌル点合成を適応的に行い信号を消し去る動きによって到来方向推定を行う線形予測法 (LP:Linear Prediction) が登場し，その高い分解能特性が数多く紹介されてきている．さらにアレー入力の相関行列の固有展開に基づく最小ノルム法 (Min-Norm)，MUSIC(MUltiple SIgnal Classification)[1] そして ESPRIT(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)[2] やそれらを拡張したアルゴリズム [3]–[6] など

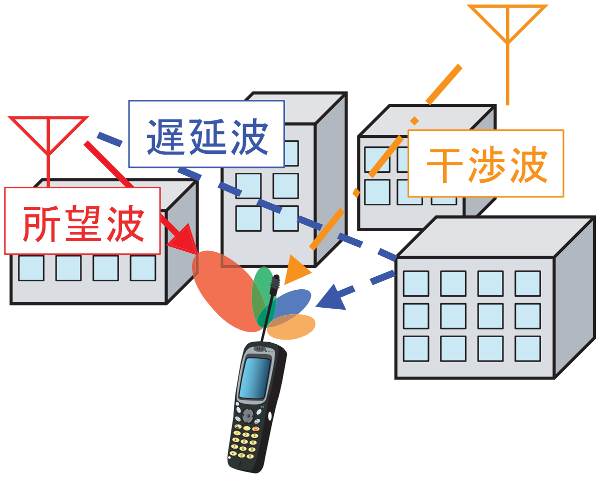


図 1.1: 多重波伝播環境における妨害波除去の概念図

が提案され，超分解能 (super resolution) とも呼ばれるすぐれた特性を有するため移動通信分野などで現在もっとも注目を浴びている．到来方向推定アルゴリズムの性能に関しては，様々な検討がなされている [3][7][8] が，それらの多くは単一のアルゴリズムの評価であったり，量子化誤差を考慮せず理想的な状況における評価であり，異なるアルゴリズムを同じ条件で定量的に評価したり，量子化誤差を考慮した検討はなされていない．これらのアルゴリズムが PC 上の浮動小数点演算で実行されるのならば問題は無いが，移動通信，特に高速データ伝送のためには，これらのアルゴリズムを DSP(digital signal processor) や FPGA(Field Programmable Gate Array) などのデバイスに実装することが必須である．そしてその場合，アルゴリズム内部の演算による量子化誤差の影響が無視出来なくなると考えられる．篠澤，唐沢は，入力信号が A/D コンバータにより量子化されることによる量子化誤差が到来方向推定精度に与える影響について検討している [9]．このように，量子化誤差について検討を行うことは非常に重要である．

FPGA は近年注目されているデバイスで，その利点として固定小数点演算による消費電力の低さやフレキシビリティ，並列処理による高速処理が可能であるため行列演算などに適していることなどが挙げられる．また，実際に FPGA を用いた単純な到来方向推定システムも提案されている [10][11]．このように，近い将来，到来方向推定アルゴリズムがこのようなデバイスに実装されるのは確実である．そこで本研究では，到来方向推定アルゴリズムが DSP や FPGA などの有限ビット長の信号処理デバイスに実装されることを考慮し，その内部演算の量子化誤差が到来方向推定の精度にどのように影響するかについて検討を行う．

本研究では，MUSIC，Root-MUSIC，ESPRIT の 3 種の到来方向推定アルゴリズムに加え，それらにユニタリ変換を施したユニタリアルゴリズム (Unitary MUSIC, Unitary

Root-MUSIC, Unitary ESPRIT) の計 6 つの代表的な到来方向推定アルゴリズムについて検討を行う．検討内容としては，まず，各アルゴリズムの基本特性を知るために，量子化誤差を考慮せずに，到来方向やアレー素子数，到来波数などのパラメータを変化させてシミュレーションを行う．次に，量子化誤差を考慮した場合のシミュレーションを行い，量子化誤差が推定精度に及ぼす影響について検討し，FPGA などの有限ビット長のデジタルデバイスに実装するのに最も適したアルゴリズムはどれであるかについて考察する [12]．最後に，上述した 6 つのアルゴリズムとは方式の異なるビームスペース方式を適用した場合のアルゴリズム [13]–[15] の推定精度や演算量について，上述したアルゴリズムと比較検討する．

以下に本論文の構成を示す．第 2 章では，本研究で用いた到来方向推定アルゴリズムの原理について簡単に述べる．第 3 章では，まず基礎知識として，量子化誤差を考慮しない状態での到来方向推定アルゴリズムの基本特性について行ったシミュレーション結果とその考察について述べる．次に，量子化誤差を考慮した場合の検討と演算量に関する検討について述べる．第 4 章では，ビームスペース方式を適用した場合の推定精度や演算量に関する検討について述べる．第 5 章を，本研究の結論とする．

第 2 章

到来方向推定アルゴリズムの概略

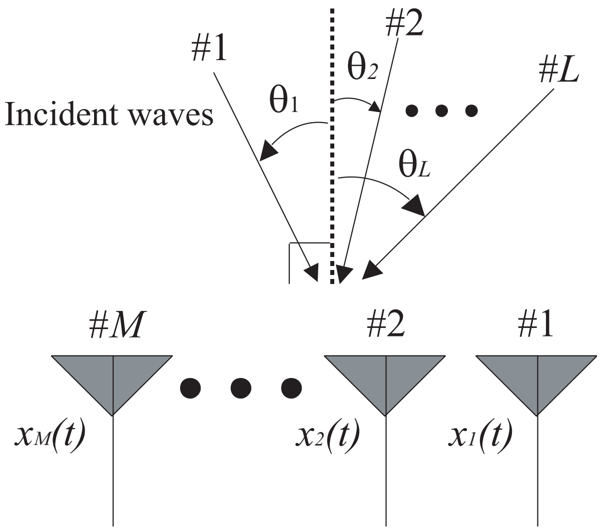


図 2.1: M 素子等間隔リニアアレーアンテナ

この章では到来方向推定アルゴリズムの原理について簡単に述べる．

図 2.1 は M 素子のリニアアレーアンテナに L 波の波が到来したときの模式図を示している．アレーアンテナを用いることにより，微弱な電波でもアレー素子出力をコヒーレントに足し合わせることにより信号対雑音比 (SNR) を増大させ，探知が可能となる．図 2.1 における複素入力信号 $x_k(k=1,2,\ldots,M)$ は次のようなベクトルの形式で表される．

$$\boldsymbol{X}(t) = [x_1, x_2, \ldots, x_M]^T = A\boldsymbol{F}(t) + \boldsymbol{N}(t) \tag{2.1}$$

ここで，

$$\boldsymbol{F}(t) \quad = \quad [F_1(t), \ldots, F_L(t)]^T \tag{2.2}$$

$$A = [\boldsymbol{a}(\theta_1), \ldots, \boldsymbol{a}(\theta_L)] \quad (\text{方向行列}) \tag{2.3}$$

$$\boldsymbol{a}(\theta_\ell) = \left[e^{j\Psi_1(\theta_\ell)}, \ldots, e^{j\Psi_M(\theta_\ell)}\right]^T \quad (\text{方向ベクトル}) \tag{2.4}$$

$$(\ell = 1, 2, \ldots, L)$$

$$\boldsymbol{N}(t) = [n_1(t), \ldots, n_M(t)]^T \quad (\text{内部雑音ベクトル}) \tag{2.5}$$

ただし，$F_\ell(t)$ と θ_ℓ はそれぞれ第 ℓ 波の複素振幅と到来方向である．また，$\Psi_i(\theta_\ell)$ は i 番目素子における第 ℓ 波の受信位相で，図 2.1 のリニアアレーでは次のように表される．

$$\Psi_i(\theta_\ell) = -\frac{2\pi}{\lambda} d_i \sin\theta_\ell \tag{2.6}$$

ただし，λ は波長，d_i は基準点から各素子までの距離である．このときの相関行列 R_{xx} は次式で表される．

$$R_{xx} \triangleq E\left[\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{X}^H(t)\right] \tag{2.7}$$

ただし，$E[\cdot]$ は期待値を示し，実際には，次式のように有限回のスナップショットを n 回とり，その平均値をとったものを用いる．

$$R_{xx} = \frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1} \boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{X}^H(t) \tag{2.8}$$

到来波が相関波である場合には，相関抑圧のための手段として F/B(forward-backward) 空間平均法 [3] を用いた．以下に F/B 空間平均法の原理を示す．空間平均法の基本原理は，相関のある波の位相関係は受信位置で異なるので，受信点を適当に平行移動させて相関行列を求めればその平均効果により相互相関値が低下するというものである．M 素子リニアアレーから K 素子サブアレー $(K < M)$ を 1 個ずつ素子をずらしながら $N(= M - K + 1)$ 個取り出す．F/B 空間平均法を適用した後の相関行列 R_{xx}^{fb} は式 (2.8) の相関行列 R_{xx} を用いて以下のように表される．

$$R_{xx}^{fb} = \frac{1}{2N}\sum_{i=1}^{N} Z_i \left(R_{xx} + JR_{xx}^{*}J\right) Z_i^T \tag{2.9}$$

式 (2.9) において，Z_i は $(K \times M)$ 次元の行列であり，以下のように表される．

$$Z_i = \left[\begin{array}{c|c|c} \boldsymbol{0}_{K,i-1} & \boldsymbol{I}_K & \boldsymbol{0}_{K,M-K-i+1} \end{array}\right] \tag{2.10}$$

ただし，$\boldsymbol{0}_{K,i-1}$ と $\boldsymbol{I}_K$ はそれぞれ $K \times (i-1)$ のゼロ行列と $K \times K$ の単位行列を示す．さらに，J は Backward 操作を行う $(M \times M)$ 次元の変換行列である．

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

このF/B空間平均を施した場合のランク回復条件は，

$$2N \geq L \tag{2.12}$$

したがって，$M \geq L+1$ より

$$M = N + K - 1 \geq \frac{L}{2} + L = \frac{3}{2}L \tag{2.13}$$

となる．

相関行列の固有値展開に基づいた到来方向推定アルゴリズムには以下のようなものがある．

- MUSICアルゴリズム
  雑音固有ベクトルと到来方向のステアリングベクトルが直交する性質を用いて到来方向を推定するアルゴリズムであり，MUSICスペクトラムを用いてスペクトルサーチを行うアルゴリズム [1]

- Root-MUSICアルゴリズム
  到来方向推定の基本原理はMUSICと同じであるが，MUSICで行うスペクトルサーチを行わず多項式の解として到来角を求めるアルゴリズム [3]

- ESPRITアルゴリズム
  信号固有値を用いて，2つのサブアレー間の位相差を検出して到来角を求めるアルゴリズム [2]

以上の3つのアルゴリズムに加え，それらにユニタリ変換という変換を施すことによって複素演算を実数演算に帰着させるユニタリアルゴリズム [4][5] が代表的である．これらの代表的アルゴリズムの原理を以下に示す．

2.1 MUSICアルゴリズム

熱雑音電力に等しい固有値に対応する固有ベクトルはすべて到来波の方向ベクトルと直交する [16]．アレーアンテナの指向性パターンで考えると，固有ベクトル $\{\boldsymbol{e}_{L+1}, \ldots, \boldsymbol{e}_M\}$ をアレーアンテナのウエイトベクトルとして考えた場合，到来波の方向に指向性のヌル(零点)が向けられることになる．

また，部分空間 $\mathcal{S} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \ldots, \boldsymbol{e}_L\}$ と $\mathcal{N} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{e}_{L+1}, \boldsymbol{e}_{L+2}, \ldots, \boldsymbol{e}_M\}$ はそれぞれ信号部分空間 (signal subspace)，雑音部分空間 (noise subspace) と呼ばれている．

$(M-L)$ 個の固有ベクトルは各々が最小ノルム法 [16] のウエイトベクトルである．それ故，

$$
\begin{aligned}
P_{MN_1}(\theta) &= \frac{1}{|\boldsymbol{e}_{L+1}^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2} && (2.14)\\
P_{MN_2}(\theta) &= \frac{1}{|\boldsymbol{e}_{L+2}^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2} && (2.15)\\
&\vdots \\
P_{MN_{M-L}}(\theta) &= \frac{1}{|\boldsymbol{e}_{M}^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2} && (2.16)
\end{aligned}
$$

というように $(M-L)$ 個の最小ノルム法による角度スペクトラムを構成できる．MUSIC 法ではそれぞれの角度スペクトラムの偽像 (スプリアス) をできるだけ排除し，共通の真の到来方向を指し示すスペクトラムのみを取り出すために，これらをそのまま平均するのではなく

$$
\frac{1}{\dfrac{1}{P_{MN_1}} + \dfrac{1}{P_{MN_2}} + \cdots \dfrac{1}{P_{MN_{M-L}}}} \tag{2.17}
$$

とし，あたかも抵抗素子の並列接続のように合成する．抵抗の並列接続と考えれば，ある一つの抵抗 (最小ノルムスペクトラム関数の一つ) が偶然大きくなっても全体の合成抵抗はあまり影響を受けず，すべての抵抗が同時に大きくなったときに合成抵抗が大きくなるので，上式のねらいが理解できる．

式 (2.17) を整理し，$\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{a}(\theta)$ を掛けて正規化すると

$$
\begin{aligned}
P_{MU}(\theta) &\triangleq \frac{1}{\sum_{i=L+1}^{M} |\boldsymbol{e}_i^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2} \times \boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{a}(\theta) && (2.18)\\
&= \frac{\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{a}(\theta)}{\boldsymbol{a}^H(\theta) E_N E_N^H \boldsymbol{a}(\theta)} && (2.19)\\
E_N &\triangleq [\boldsymbol{e}_{L+1}, \ldots, \boldsymbol{e}_M] \in \boldsymbol{C}^{M\times(M-L)} && (2.20)
\end{aligned}
$$

と表される．これは通常，MUSIC スペクトラムと呼ばれ，θ に対するスペクトラムの L 個のピークを探すことにより $\{\theta_1, \ldots, \theta_L\}$ を求める．こうして到来方向が決まれば，逆行列演算 (一般逆行列演算) により

$$
S = (A^H A)^{-1} A^H (R_{xx} - \sigma^2 I) A (A^H A)^{-1} \tag{2.21}
$$

を計算し，この行列 S の第 i 対角成分から第 i 到来波の受信電力 (強度) が得られる．なお，式 (2.19) から分かるように，内部雑音に等しい最小固有値を少なくとも一つ確保するため，アレーの素子数については $M \geq L+1$ が必要条件となる．

また，MUSICによる方向推定の後，方向行列 (モード行列) により到来波の再生 (signal copy または signal reconstruction) すなわち分離受信を最尤法に基づいて次式のように行うことができる．

$$\hat{F}(t) = (A^H A)^{-1} A^H \boldsymbol{X}(t) \tag{2.22}$$

ここに，$\hat{F}(t)$ は信号ベクトル $F(t)$ の推定値である．これは，

$$\boldsymbol{W}^H = (A^H A)^{-1} A^H \equiv [\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2, \ldots, \boldsymbol{w}_L]^H \tag{2.23}$$

とおけば，$\boldsymbol{W}$ の第 ℓ 列ベクトル $\boldsymbol{w}_\ell$ が第 ℓ 到来波を選択受信するためのアレーの最適ウエイトということになる．

2.2 Root-MUSIC アルゴリズム

ここでは，前節において説明した MUSIC アルゴリズムの修正バージョンである Root-MUSIC アルゴリズムの原理について述べる．入力の SNR が低いときや，データのスナップショット数が十分でないとき，相関行列 R_{xx} の精度は低い．この弱点を補うアルゴリズムとして Root-MUSIC がある [3].

MUSIC は原理的に任意の素子配列のアレーアンテナに適用できるが，Root-MUSIC は等間隔のリニアアレーに限定される．

MUSIC では MUSIC スペクトラム関数

$$P_{MU}(\theta) = \frac{\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{a}(\theta)}{\boldsymbol{a}^H(\theta) E_N E_N^H \boldsymbol{a}(\theta)} \tag{2.24}$$

$$E_N \triangleq [\boldsymbol{e}_{L+1}, \ldots, \boldsymbol{e}_M] \tag{2.25}$$

の解をピークサーチして求めるのに対して，Root-MUSIC の基本的な考え方はピークサーチせずに数値計算により求めようというものである．したがって，

$$\boldsymbol{a}^H(\theta) E_N E_N^H \boldsymbol{a}(\theta) = \sum_{i=L+1}^{M} |\boldsymbol{e}_i^H \boldsymbol{a}(\theta)|^2 = 0 \tag{2.26}$$

を満たす θ を直接求めることになる．しかし，このままでは三角関数が含まれる複雑な方程式となるので，Root-MUSIC は以下のような工夫をしている [16].

素子間隔 d の M 素子等間隔リニアアレーとして，モードベクトル $\boldsymbol{a}(\theta)$ を次式のように表現する．

$$\boldsymbol{a}(\theta) = \left[1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta}, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}2d\sin\theta}, \ldots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d\sin\theta}\right]^T \tag{2.27}$$

$$= \left[1, z, z^2, \ldots, z^{(M-1)}\right]^T \tag{2.28}$$

$$\equiv \boldsymbol{p}(z) \tag{2.29}$$

$$z \triangleq e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta} \tag{2.30}$$

ここで，次の関数を定義する．

$$S_i(z) = \boldsymbol{e}_i^H \boldsymbol{p}(z) \qquad (i = L+1, L+2, \ldots, M) \tag{2.31}$$

これは z に関する $(M-1)$ 次の多項式である．この関数の絶対値の 2 乗をとって足し合わせたもの，すなわち

$$\sum_{i=L+1}^{M} |S_i(z)|^2 = \sum_{i=L+1}^{M} |\boldsymbol{e}_i^H \boldsymbol{p}(z)|^2 = \boldsymbol{p}^H(z) E_N E_N^H \boldsymbol{p}(z) \tag{2.32}$$

が MUSIC スペクトラム関数の分母である．z が到来方向 $\{\theta_1, \ldots, \theta_L\}$ に対応するとき，多項式 $S_i(z)$ $(i = L+1, \ldots, M)$ はゼロをとる．したがって，式 (2.32) がゼロとなる z を求めれば到来方向の推定が得られることになる．しかし，式 (2.32) は z^* を含むため，z の多項式ではない．これは式 (2.32) をゼロにする解を求める作業を非常に困難にする．そこで，$|z| = 1$ の解だけが興味あるので，$\boldsymbol{p}^H(z)$ の代わりに $\boldsymbol{p}^T(z^{-1})$ を用い次の Root-MUSIC 多項式を定義する．

$$Q(z) = z^{M-1}\boldsymbol{p}^T(z^{-1}) E_N E_N^H \boldsymbol{p}(z) = z^{M-1} \sum_{i=L+1}^{M} S_i(z) S_i^*(1/z^*) \tag{2.33}$$

これは，z に関する $2(M-1)$ 次の多項式である．$z = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_\ell}$ $(\ell = 1, 2, \ldots, L)$ のとき，

$$Q(z) = 0 \tag{2.34}$$

となるのは明らかである．また，もし $z = re^{j\phi}$ が $Q(z)$ の解であれば，$z = \frac{1}{r}e^{j\phi}$ も $Q(z)$ の解であることがわかる．こうして，z 平面 (複素平面) の $Q(z)$ の解は必ず同じ偏角をもつ解が単位円を挟んでペアで存在する．その中で，単位円上にある 2 重解が求める解である．

2.3 ESPRIT アルゴリズム

リニアアレーの場合の ESPRIT による推定原理を素子間隔 d の 3 素子等間隔リニアアレーの場合を例にとり，図 2.2 に示した．図において 2 素子のサブアレーが二つ抽出でき，それらの方向ベクトル (モード ベクトル) は，$e^{-jkd\sin\theta}$(ただし，$k = 2\pi/\lambda$) だけ異なる．MUSIC においては方向ベクトル $[1, e^{-jkd\sin\theta}, e^{-j2kd\sin\theta}]^T$ を求めることにより，到来角 θ を推定した．これに対し，ESPRIT は，サブアレー間の位相差を表す項 $e^{-jkd\sin\theta}$ を求めることにより到来角 θ を推定する．到来波が 1 波の場合，位相差 ϕ は干渉計の原理により求めることができるが，2 波以上の波が到来する場合は個々の波の位相差を求めることは容易ではない．そのために，特別な信号処理が必要になる．

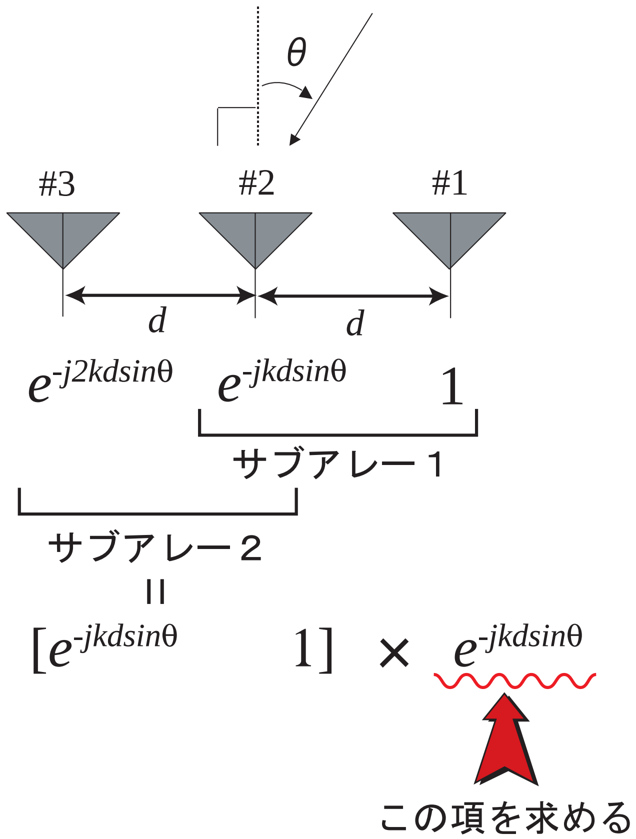


図 2.2: 3 素子等間隔リニアアレーにおける ESPRIT の方向推定原理

M 素子間隔リニアアレー (同一素子，素子間隔 d) を用いた，ESPRIT による到来方向推定アルゴリズムを説明する．

ESPRIT の基本原理は図 2.2 で簡単に述べたが，それは次式のように定式化される．

$$J_1 A \Psi = J_2 A \tag{2.35}$$

$$\begin{aligned} J_1 &= \left[\; \boldsymbol{I}_{M-1} \;\middle|\; \mathbf{0}_{M-1,1} \; \right] & (2.36) \\ J_2 &= \left[\; \mathbf{0}_{M-1,1} \;\middle|\; \boldsymbol{I}_{M-1} \; \right] & (2.37) \\ \Psi &= \mathrm{diag}\left[e^{j\phi_1}, e^{j\phi_2}, \ldots, e^{j\phi_L} \right] & (2.38) \\ \phi_\ell &= -\frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta_\ell \quad (\ell = 1, 2, \ldots, L) & (2.39) \end{aligned}$$

ここに Φ は L 次の対角行列を表す．また，行列 J_1 と J_2 は $(M-1)\times M$ の行列で，式 (2.35) においてそれぞれ行列 A の 1 行目から $M-1$ 行目までを抽出する操作，行列 A の 2 行目から M 行目までを抽出する操作を意味している．ただし，$\boldsymbol{I}_{M-1}$ と $\mathbf{0}_{M-1,1}$ はそれぞれ $(M-1)\times(M-1)$ の単位行列と $(M-1)\times 1$ のゼロ行列とを示めす．

よって，次式の関係がある．

$$A = \begin{bmatrix} J_1 A \\ \text{last row} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{first row} \\ J_2 A \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

したがって，図 2.3 に示すように $J_1 A$ はサブアレー 1 の方向行列を表し，$J_2 A$ はサブアレー 2 の方向行列を表している．なお，式 (2.35) の関係式は rotational invariance(回転不変式) と呼ばれている．前述したように，MUSIC は行列 A を推定する方法であるが，

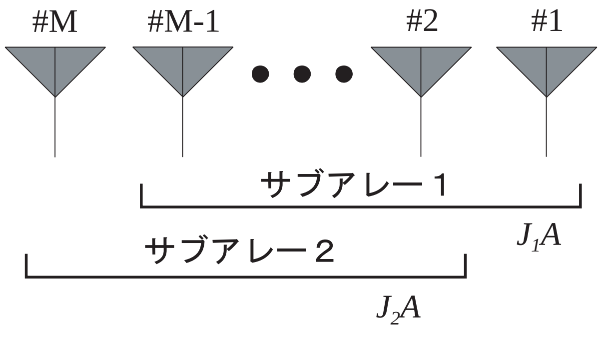


図 2.3: M 素子等間隔リニアアレーにおける 2 つのサブアレー

ESPRIT は行列 A ではなくアレー全体の平行移動によって生じる各波の位相回転 Φ を推定対象としている．すなわち，干渉計の原理を複数波に拡張したもの解釈できる．式 (2.35) から直接 Φ を求めることができれば推定は簡単であるが，それには方向行列 A(各

到来波の到来方向) が既知でなければならず，この演算は本質的に不可能であることがわかる．

MUSIC アルゴリズムの説明の際に述べたように，行列 A を構成する L 個の列ベクトルの張る L 次元部分空間は信号部分空間と呼ばれ，L 個の固有ベクトル $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \ldots, \boldsymbol{e}_L\}$ の張る部分空間に一致する [16]．したがって，

$$E_s = AT \tag{2.41}$$

$$E_s \triangleq [\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \ldots, \boldsymbol{e}_L] \tag{2.42}$$

と表され，L 次の正則な行列 T が唯一存在する．

ここで，行列 E_s の 1 行目から $(M-1)$ 行目までと 2 行目から最後の M 行目までからなる 2 つの $(M-1) \times L$ 次の部分行列 $E_X \equiv J_1 E_s$，$E_Y \equiv J_2 E_s$ を取り出すと次式のように表される．

$$\begin{aligned} E_X &= J_1 E_s \\ &= J_1 AT \\ &= A_1 T \end{aligned} \tag{2.43}$$

$$\begin{aligned} E_Y &= J_2 E_s \\ &= J_2 AT \\ &= J_1 A \Phi T \\ &= A_1 \Psi T \end{aligned} \tag{2.44}$$

ただし，

$$\begin{aligned} A_1 &\triangleq J_1 A \\ &= [\boldsymbol{a}_1(\theta_1), \boldsymbol{a}_1(\theta_2), \ldots, \boldsymbol{a}_1(\theta_L)] \end{aligned} \tag{2.45}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}_1(\theta_\ell) &\triangleq J_1 \boldsymbol{a}(\theta_\ell) \\ &= \left[1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta_i}, \ldots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-2) d \sin\theta_i}\right]^T \\ &\quad (l = 1, 2, \ldots, L) \end{aligned} \tag{2.46}$$

ここで，$\boldsymbol{a}_1(\theta_\ell)$ は，$(M-1)$ 次元のベクトルで，A_1 は $(M-1) \times L$ 次の行列であることに注目する．式 (2.43) および式 (2.44)) より，行列 E_X, E_Y の列ベクトルと行列 A_1 の列ベクトルは同じ部分空間を張ることがわかる．

行列 A が未知であるために式 (2.35) から直接 Φ を求めることはできないので，行列 A を R_{xx} から求められる固有ベクトル行列 E_s で置き換えてみる．すなわち，

$$A = E_s T^{-1} \tag{2.47}$$

を式 (2.35) に代入する．そうすると

$$J_2 E_S T^{-1} = J_1 E_S T^{-1} \Phi \tag{2.48}$$

が得られ，さらに $E_X = J_1 E_S$，$E_Y = J_2 E_S$ より

$$E_Y T^{-1} = E_X T^{-1} \Phi \tag{2.49}$$

となる．よって，

$$E_Y = E_X \Psi \tag{2.50}$$

$$\Psi = T^{-1} \Phi T \tag{2.51}$$

という関係式が得られる．未知行列 A が別の未知行列 T に置き換わっただけで問題は進展していないように思われるが，式 (2.51) と式 (2.51) をみると，E_X と，E_Y は相関行列の固有ベクトルから求めることができるので，式 (2.51) から Ψ を連立方程式または最小 2 乗問題として求めることができる．一方の式 (2.51) は行列 Ψ の固有値問題であり，二つの未知行列 Φ と T^{-1} はそれぞれ Ψ の固有値行列，固有ベクトル行列であることがわかる．したがって，Ψ が得られた後，それの固有値・固有ベクトルを求めれば，固有値が Φ の対角成分 $e^{j\phi_\ell} \quad (\ell = 1, 2, \ldots, L)$ であり，固有ベクトルが T^{-1} の列ベクトルである．

この Ψ の求め方により，LS(Least-Squares)-ESPRIT と TLS(Total-Least-Squares)-ESPRIT に分類できる．一般に,TLS-ESPRIT の方が LS-ESPRIT より精度が高い [16] ので，本シミュレーションでは TLS-ESPRIT を用いた．

TLS-ESPRIT

E_X, E_Y はともに，相関行列 R_{xx} の固有ベクトルから得られ，同等の誤差を含んでいる．TLS 法は,E_X, E_Y 両方に含まれる誤差の影響を最小にするために

$$||E_X G_X + E_Y G_Y||^2 \tag{2.52}$$

の最小化を考える．ただし，G_X，G_Y は L 次の正則な正方行列である．仮に，

$$E_X G_X + E_Y G_Y = 0 \tag{2.53}$$

を満たす G_X, G_Y が存在すれば，

$$E_Y = E_X[-G_X G_Y^{-} 1] \tag{2.54}$$

と変形され

$$\Psi = -G_X G_Y^{-1} \tag{2.55}$$

としてTLS解 Ψ が得られる．したがって，このような G_X と G_Y を求めればよいことになる．

さて，次のような $(M-1)\times 2L$ 次の行列 E_{XY} と $2L \times L$ 次の行列 G を定義する．

$$E_{XY} \triangleq [E_X \ E_Y] \tag{2.56}$$

$$G \triangleq \begin{bmatrix} G_X \\ G_Y \end{bmatrix} \tag{2.57}$$

行列 E_X と E_Y は同じ L 次元の部分空間を張るので，行列 E_{XY} のランクは L である．そして，

$$E_X G_X + E_Y G_Y = E_{XY} G \tag{2.58}$$

であるので，TLS-ESPRITでは次の評価関数を最小化することになる．

$$Q_{TLS}(G) = \frac{||E_{XY}G||^2}{||G||^2} \tag{2.59}$$

ただし，分母の $||G||^2$ は正規化ファクタである．式 (2.59) は次のように変形できる．

$$Q_{TLS}(G) = \frac{\mathrm{trace}[G^H E_{XY}^H E_{XY} G]}{\mathrm{trace}[G^H G]} \tag{2.60}$$

上式を G^* で微分して零とおくと次式を得る．

$$E_{XY}^H E_{XY} G = \frac{||E_{XY}G||^2}{||G||^2} G = Q_{TLS} G \tag{2.61}$$

$$E_H G = \gamma G \tag{2.62}$$

ただし，

$$E_H \triangleq E_{XY}^H E_{XY} \tag{2.63}$$

$$\gamma \triangleq Q_{TLS} \tag{2.64}$$

これは，行列 $E_H \equiv E_{XY}^H E_{XY}$ の固有値問題で，E_H の最小固有値が評価関数 Q_{TLS} の最小値であることがわかる．

ところで，行列 $E_H = E_{XY}^H E_{XY}$ は $2L \times 2L$ の非負定値エルミート行列でそのランクは L である．したがって，その固有値展開は次のように表される．

$$
\begin{aligned}
E_H &= V \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_2 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_L & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} V^H && (2.65) \\
&= \sum_{i=1}^{2L} \gamma_i \boldsymbol{v}_i \boldsymbol{v}_i^H && (2.66) \\
&\quad (\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \dots \geq \gamma_L > \gamma_{L+1} = \dots = \gamma_{2L} = 0) \\
V &= [\boldsymbol{v}_1, \dots, \boldsymbol{v}_{2L}] && (2.67)
\end{aligned}
$$

ここに，γ_i と $\boldsymbol{v}_i$ はそれぞれ E_H の固有値，固有ベクトルであり，E_H がエルミート行列であることから $VV^H = I_{2L}(I_{2L} : 2L$ 次元の単位行列$)$ が成り立つ．式 (2.66) から，ゼロに等しい固有値が L 個存在し，これらに対応する固有ベクトルは

$$
V_N \triangleq [\boldsymbol{v}_{L+1}, \dots, \boldsymbol{v}_{2L}] \tag{2.68}
$$

で与えられる．よって，

$$
\begin{aligned}
E_H \boldsymbol{v}_i &= \gamma_i \boldsymbol{v}_i = 0 \quad (i = L+1, \dots, 2L) && (2.69) \\
& E_H V_N = 0 \times V_N = 0 && (2.70)
\end{aligned}
$$

の関係が成り立つので，式 (2.64) よりこの V_N が求める G であり，このときの Q_{TLS} はゼロとなることがわかる．すなわち，$G = V_N$ のとき，

$$
E_{XY} G = 0 \quad \text{when} \quad G = V_N. \tag{2.71}
$$

よって $2L \times L$ 次の行列 V_N を

$$
V_N = \begin{bmatrix} V_{N1} \\ V_{N2} \end{bmatrix} \tag{2.72}
$$

のように 2 個の L 次正方行列に分割すると，

$$
\begin{aligned}
G_X &= V_{N1} && (2.73) \\
G_Y &= V_{N2} && (2.74)
\end{aligned}
$$

である．こうして，式 (2.55) より

$$
\Psi = -G_X G_Y^{-1} = -V_{N1} V_{N2}^{-1} \tag{2.75}
$$

となり，TLS 解 Ψ が得られたことになる．式 (2.51) は，前述のように行列 Ψ の固有値展開を表し，行列 Φ の L 個の対角成分が Ψ の固有値，行列 T^{-1} の L 個の列ベクトルが Ψ の固有ベクトルとしてそれぞれ得られる．したがって，行列 Ψ の固有値を $\varphi_\ell \quad (\ell = 1, 2, \ldots, L)$ と表すと，各到来波の到来方向 θ_ℓ は式 (2.39) より，

$$\theta_\ell = -\sin^{-1}\left\{\frac{\lambda}{2\pi d}\arg(\psi_\ell)\right\} \tag{2.76}$$

で与えられる．

- TLS-ESPRIT の推定アルゴリズムを以下にまとめる．

［手順 1］ アレー入力による相関行列 R_{xx} を求め，固有値展開する．

［手順 2］ 到来波 L を求め，信号部分空間に属する固有ベクトル $E_S = [\boldsymbol{e}_1, \ldots, \boldsymbol{e}_L]$ から行列 $E_X = J_1 E_S$，$E_Y = J_2 E_S$ を作る．

［手順 3］ $E_Y = E_X \Psi$ を Ψ について解く．すなわち，行列

$$E_H = E_{XY}^H E_{XY} = \begin{bmatrix} E_X^H E_X & E_X^H E_Y \\ E_Y^H E_X & E_Y^H E_Y \end{bmatrix} \tag{2.77}$$

の固有値展開をし，ゼロに等しい L 個の固有値に属する固有ベクトル $\boldsymbol{v}_{L+1}, \ldots, \boldsymbol{v}_{2L}$ から行列

$$V_N = [\boldsymbol{v}_{L+1}, \ldots, \boldsymbol{v}_{2L}] \tag{2.78}$$

を構成する．そして，これらの上半分の L 次正方行列を $V_{N1} = G_X$，下半分の L 次正方行列を $V_{N2} = G_Y$ として抽出し，

$$\Psi = -G_X G_Y^{-1} \tag{2.79}$$

を計算する．

［手順 4］ 行列 Ψ の固有値展開を行い，その固有値 $\varphi_\ell \ (\ell = 1, 2, \ldots, L)$ を

$$\theta_\ell = -\sin^{-1}\left\{\frac{\lambda}{2\pi d}\arg(\varphi_\ell)\right\} \tag{2.80}$$

に代入して到来角 $\theta_\ell \ (\ell = 1, 2, \ldots, L)$ を求める．

2.4 ユニタリアルゴリズム

図 2.1 で示される素子間隔 d の M 素子等間隔リニアアレーのモードベクトル (ステアリングベクトル) は

$$\boldsymbol{a}(\theta) = \left[1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta}, \ldots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d\sin\theta}\right]^T \tag{2.81}$$

で与えられることはすでに述べたが，位相中心を第 1 素子ではなくアレーの中心におくとモードベクトル $\boldsymbol{a}(\theta)$ は

$$\boldsymbol{a}(\theta) = \left[e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d\left(\frac{M-1}{2}\right)\sin\theta}, \ldots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\left(\frac{M-1}{2}\right)\sin\theta}\right]^T \tag{2.82}$$

で表される．ここで，

$$\mu \triangleq -j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta \tag{2.83}$$

とおくと式 (2.82) は次式で表される．

$$\boldsymbol{a}(\mu) = \left[e^{-j\left(\frac{M-1}{2}\right)\mu}, \ldots, e^{j\left(\frac{M-1}{2}\right)\mu}\right]^T \tag{2.84}$$

この場合のモードベクトルは共役中心対称 (conjugate centrosymmetry)[16] であると言われ，次式の関係を満たす.

$$\Pi_M \boldsymbol{a}(\mu) = \boldsymbol{a}^*(\mu) \tag{2.85}$$

$$\Pi_M \triangleq \begin{bmatrix} 0 & \ldots & 0 & 1 \\ 0 & \ldots & 1 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & \ldots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (M\text{ 次の正方行列}) \tag{2.86}$$

行列 Π_M は $\boldsymbol{a}(\mu)$ の成分の順序を逆にするものであり，式 (2.85) は成分を逆順にしたものが元のベクトルの複素共役に等しいことを意味している．さらに Π_M を用いて次の行列を定義する．

$$Q_{2P} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} I_P & jI_P \\ \Pi_P & -j\Pi_P \end{bmatrix} \tag{2.87}$$

(M が偶数 ($M = 2P$) のとき)

$$Q_{2P+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} I_P & \mathbf{0} & jI_P \\ \mathbf{0}^T & \sqrt{2} & \mathbf{0}^T \\ \Pi_P & \mathbf{0} & -j\Pi_P \end{bmatrix} \tag{2.88}$$

(M が奇数 ($M = 2P+1$) のとき)

ただし，I_P は P 次の単位行列である．上式の行列 $Q_M(M=2P$ または $M=2P+1)$ はユニタリ行列 $(Q_M Q_M^H = I_M$ を満たす$)$ で，

$$\boldsymbol{d}(\mu) = Q_M^H \boldsymbol{a}(\mu) \tag{2.89}$$

によって得られる M 次のベクトル $\boldsymbol{d}(\mu)$ は実数値のモードベクトルとなる．たとえば，素子数が奇数であれば，

$$\boldsymbol{d}(\mu) = \sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{M-1}{2}\mu\right), \ldots, \cos(\mu), 1/\sqrt{2}, -\sin\left(\frac{M-1}{2}\mu\right), \ldots, -\sin(\mu)\right]^T \tag{2.90}$$

となり，偶数であれば

$$\boldsymbol{d}(\mu) = \sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{M-1}{2}\mu\right), \ldots, \cos(\mu), -\sin\left(\frac{M-1}{2}\mu\right), \ldots, -\sin(\mu)\right]^T \tag{2.91}$$

となる．

このユニタリ変換を入力ベクトル $\boldsymbol{X}(t)$ に対して施せば，信号波形は複素数のままでモードベクトルだけが実数値をとるものとして扱える．この変換後のベクトルを

$$\boldsymbol{Y}(t) = Q_M^H \boldsymbol{X}(t) \tag{2.92}$$

と表し，次式の $\boldsymbol{Y}(t)$ の相関行列に注目してみる．

$$\begin{aligned}
R_{yy} &\triangleq E[\boldsymbol{Y}(t)\boldsymbol{Y}^H(t)] && (2.93)\\
&= Q_M^H R_{xx} Q_M && (2.94)\\
&= Q_M^H (ASA^H + \sigma^2 I) Q_M && (2.95)\\
&= Q_M^H ASA^H Q_M + \sigma^2 I && (2.96)\\
&= DSD^T + \sigma^2 I && (2.97)\\
D &\triangleq Q_M^H A = [\boldsymbol{d}(\mu_1), \boldsymbol{d}(\mu_2), \ldots, \boldsymbol{d}(\mu_L)] && (2.98)
\end{aligned}$$

上記のようにモードベクトルは実数値ベクトルであるので，

$$\begin{aligned}
R_{yy}^r &\triangleq \mathrm{Re}\{R_{yy}\} && (2.99)\\
&= DS_r D^T + \sigma^2 I && (2.100)\\
S_r &\triangleq \mathrm{Re}\{S\} && (2.101)
\end{aligned}$$

として実数化した相関行列の固有値展開をしても固有値空間の基本特性 (信号部分空間と雑音部分空間の次元など) は変わらない．相関行列 R_{yy}^r が実数行列であるので固有値展開の際の計算負荷も軽減されるというメリットもある．

一例として，Unitary MUSIC における MUSIC スペクトラムを示すと以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
P_{UMU}(\theta) &\triangleq \frac{\{Q_M^H \boldsymbol{a}(\theta)\}^T \{Q_M^H \boldsymbol{a}(\theta)\}}{\{Q_M^H \boldsymbol{a}(\theta)\}^T E_{UN} E_{UN}^T \{Q_M^H \boldsymbol{a}(\theta)\}} & (2.102)\\
&= \frac{M}{\boldsymbol{d}^T(\theta) E_{UN} E_{UN}^T \boldsymbol{d}(\theta)} & (2.103)\\
\boldsymbol{d}(\theta) &= Q_M^H \boldsymbol{a}(\theta) \in \boldsymbol{R}^{M\times 1} & (2.104)\\
E_{UN} &\triangleq [\boldsymbol{e}_{L+1}, \ldots, \boldsymbol{e}_M] \in \boldsymbol{R}^{M\times(M-L)} & (2.105)
\end{aligned}
$$

以上のような考え方を MUSIC，Root-MUSIC，ESPRIT に適用したものがそれぞれ Unitary MUSIC[4]，Unitary Root-MUSIC[4]，Unitary ESPRIT[5] である．

第 3 章

到来方向推定アルゴリズムの性能の検討

この章では，実際に行ったシミュレーション結果とそれに対する考察を述べる．3.1 節では，到来方向推定アルゴリズムの基本特性に関するシミュレーションを行う．次に 3.2 節では，内部演算の量子化を考慮したときに推定精度にどのような影響を及ぼすかについて検討する．最後に 3.3 節では，アルゴリズムの演算量についての検討を行う．以下のシミュレーションでは，固有値展開の手法として QR 分解法を用い，また $2(K-1)$ 次の Root-MUSIC 多項式 [4] を解く手法としてラゲール法 [17] を用いた．

表 3.1: シミュレーションに用いたアルゴリズム

アルゴリズム名	凡例の表示
Spectral MUSIC	S
Unitary Spectral MUSIC	US
Root-MUSIC	R
Unitary Root-MUSIC	UR
ESPRIT	E
Unitary ESPRIT	UE

3.1 到来方向推定アルゴリズムの基本特性

この章では，表 3.1 に示した代表的な 6 つのアルゴリズムについて様々な検討を行った．

図 2.1 で示されるような半波長等間隔リニアアレーアンテナを考える．ここでは量子化誤差は考慮せず，到来方向やスナップショット数，SNR，アレー素子数，到来波の相関・無相関を変化させそのときの推定誤差について考察した．ここでの推定誤差とは，

θ_{DOA} と θ_{EST} をそれぞれ実際の到来方向とその推定値とすると，$|\theta_{DOA} - \theta_{EST}|$ である．シミュレーションの諸元を表 3.2 にまとめた．到来する波の電力は全て等電力とし，1.0 で規格化している．

表 3.2: 基本特性に関するシミュレーションパラメータ

	図 3.1	図 3.2	図 3.3	図 3.4	図 3.5	図 3.6	図 3.7	図 3.8
アレー形状	半波長等間隔リニアアレー							
アレー素子数:M	4	4	4	4	6	変化	変化	10
サブアレー素子数:K	—	—	—	—	4	—	4	変化
到来波数:L	1	1	1	3	3	2	2	2
到来方向 [deg]	変化	−35.2	−35.2	−35.2 10.2 25.2	−35.2 10.2 25.2	15.2 変化	15.2 変化	15.2 変化
スナップショット数	300	変化	300	300	300	300	300	300
SNR[dB]	7	7	変化	変化	変化	7	7	7

3.1.1 推定精度に関する基本検討

はじめに，上述した 6 つのアルゴリズムの基本特性を知るために，到来方向・スナップショット数・SNR を変化させたときの推定精度を検証した．図 3.1 は到来方向を変化させたときの推定誤差を示したものである．図 3.1 から，推定精度は ±90 度近傍で劣化することが確認できる．これは，ステアリングベクトルが ±90 度で次式のように同じ値になってしまうためであると考えられる．式 (2.4)，式 (2.6) より，

- $\theta = 90$ 度のときのステアリングベクトル

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}(90^\circ) &= \left[1, e^{-j\pi}, e^{-j2\pi}, e^{-j3\pi}\right]^T \\ &= [1, -1, 1, -1]^T\end{aligned}$$

- $\theta = -90$ 度のときのステアリングベクトル

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}(-90^\circ) &= \left[1, e^{j\pi}, e^{j2\pi}, e^{j3\pi}\right]^T \\ &= [1, -1, 1, -1]^T\end{aligned}$$

図 3.2 と図 3.3 はそれぞれスナップショット数と SNR を変化させたときの推定誤差を示している．これら 2 つの結果から，スナップショット数を増加させたり，SNR が向上すると推定誤差は向上することがわかる．

また図 3.1–3.3 から，スペクトルサーチを用いるアルゴリズム (MUSIC と Unitary MUSIC) は推定精度がある地点で飽和している．これは，角度走査の刻み幅によって推定限界があるためである．つまり，スペクトルを算出する際の角度インターバル (本シュミレーションでは 0.5 度間隔) によって推定限界が支配されている．

図 3.4 は到来波が増加した場合において，SNR を変化させたときの推定誤差を示している．図 3.3 と比較すると明らかなように，入射信号数が増加すると推定精度は低下することがわかる．図 3.5 は到来波が相関波である場合において，SNR を変化させたときの推定誤差を示している．図 3.4 と比較すると，到来波が相関波である場合には推定精度は低下することがわかる．これは，相関波が到来した場合，相関抑圧処理が必要なためであると考えられる．また，ユニタリアルゴリズムが通常のアルゴリズムに比べて推定精度が良いことも確認できる．これは，ユニタリ変換は F/B 空間平均を全アレーで 1 回行っていることと等価である [5] ことから，通常のアルゴリズムより高い相関抑圧効果が得られているためと考えられる．

3.1.2 素子数が推定精度に及ぼす影響

次に，到来波 2 波が無相関の場合と相関を持つ場合について，アレー素子数と到来波の近接可能間隔との関係を検証する．ここでの近接可能間隔とは，到来波 2 波を近接させていったときに誤差が 1 度以内で推定可能な最近接間隔のことである．図 3.6 は到来波 2 波が無相関の場合に，アレー素子数を変化させたときの近接可能間隔の変化を示している．図 3.6 から，アレー素子数を増加させると，より近接した波が推定可能となる，つまり推定精度が向上することが分かる．

さらに，到来波 2 波が相関波である場合についてのシミュレーションを行う．シミュレーションは 2 通り行い，1 つはアレー素子数を変化させたときの近接可能間隔の変化の様子を調べ (サブアレー素子数は 4 素子で固定)，もう 1 つはサブアレー素子数を変化させたときの近接可能間隔の変化の様子を調べた (アレー素子数は 10 素子で固定)．シミュレーション結果をそれぞれ図 3.7 と図 3.8 に示す．図 3.7 と図 3.8 の結果より，次のことがいえる．

アレー素子数を増加させると，通常のアルゴリズムの推定精度に向上はみられないが，ユニタリアルゴリズムの推定精度は向上する．一方，サブアレー素子数を増加させると，通常のアルゴリズムの推定精度は向上し，ユニタリアルゴリズムの推定精度には変化は

みられない．このことから，到来波が相関波である場合には，通常のアルゴリズムの推定精度はサブアレー素子数に依存し，ユニタリアルゴリズムの推定精度はサブアレーの個数に依存することがわかる．

3.1.3 まとめ

以上のシミュレーションで確認できた特性を以下にまとめた．

- スペクトルサーチを用いるアルゴリズムの推定精度は，スペクトルを算出する際の角度インターバルによって限界がある．
- 特に到来波が相関波である場合において，ユニタリアルゴリズムは通常のアルゴリズムより精度が良い．
- 到来波が相関波である場合，
  - 通常のアルゴリズムの推定精度はサブアレー素子数 K に依存する．
  - ユニタリアルゴリズムの推定精度はサブアレーの個数 $N(=M-K+1)$ に依存する．

3.2 内部量子化誤差の影響

MUSIC などの到来方向推定アルゴリズムは基本的には行列演算であり，行列演算を得意とする FPGA などはこれらのアルゴリズム実装には適したデバイスといえる．ここでは将来的に DSP や FPGA に到来方向推定アルゴリズムが実装されることを考慮して，アルゴリズムの内部演算の量子化誤差が推定精度に与える影響について検証する．

3.2.1 シミュレーションの諸元

ここでは，それぞれのアルゴリズムの内部演算のビット数を変化させてシミュレーションを行う．演算は固定小数点演算で行い，小数部・整数部のビット長をそれぞれ 4 ビットから 32 ビットまで変化させたときの推定誤差について検討した．ただし，MUSIC スペクトラムの計算については浮動小数点演算で行った．これは，MUSIC スペクトラムの値域が非常に大きい (一例：およそ $10^0 \sim 10^6$) ため，固定小数点演算ではオーバフローを起こしてしまうためである．更に，$\sqrt{\ }$ や sin，cos，tan などは，まず十分な精度で演算し固定ビットに丸めて近似した．実際に DSP や FPGA などに実装する場合には，こ

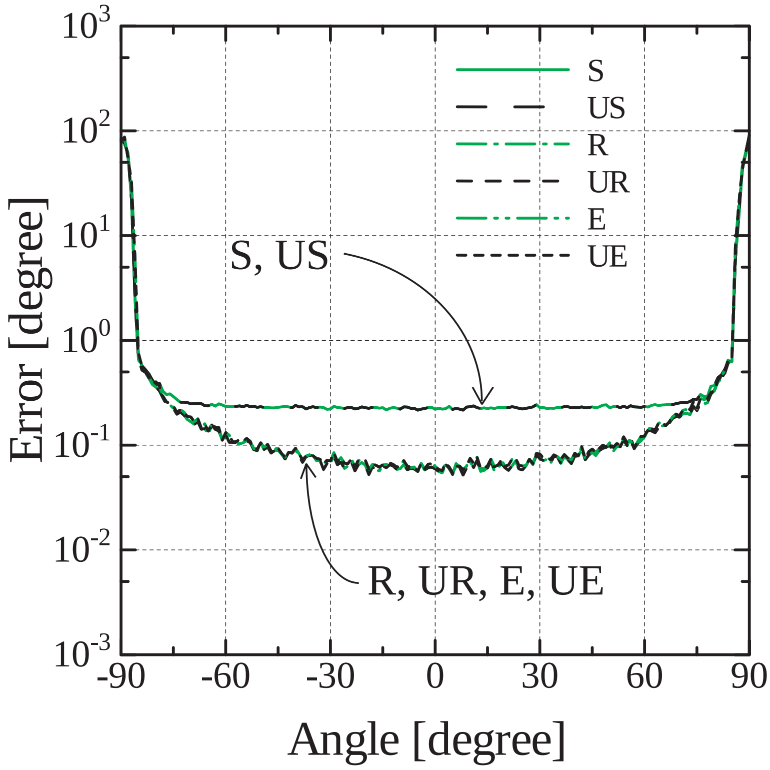


図 3.1: 到来方向を変化させたときの推定誤差

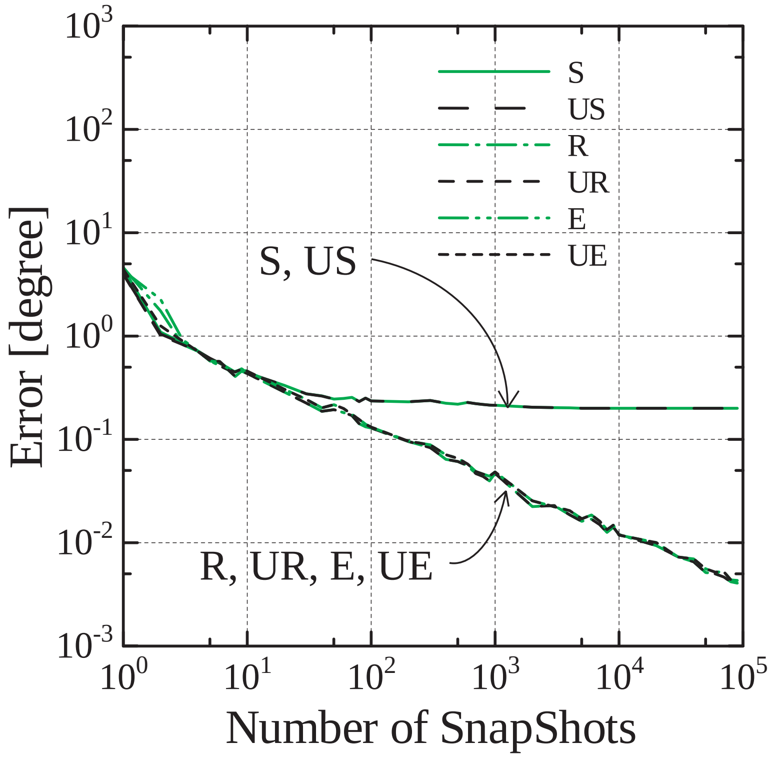


図 3.2: スナップショット数を変化させたときの推定誤差

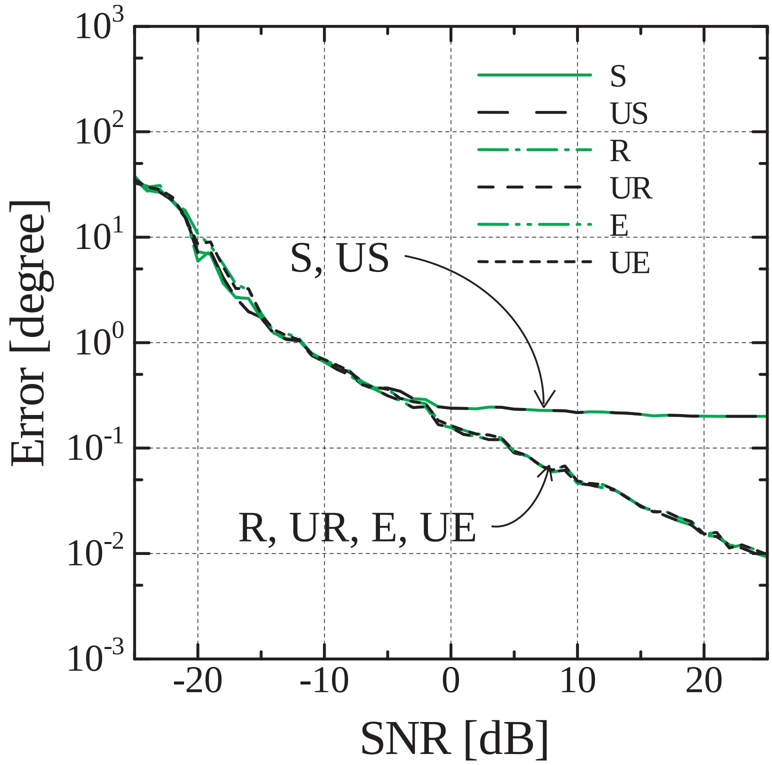


図 3.3: SNR を変化させたときの推定誤差

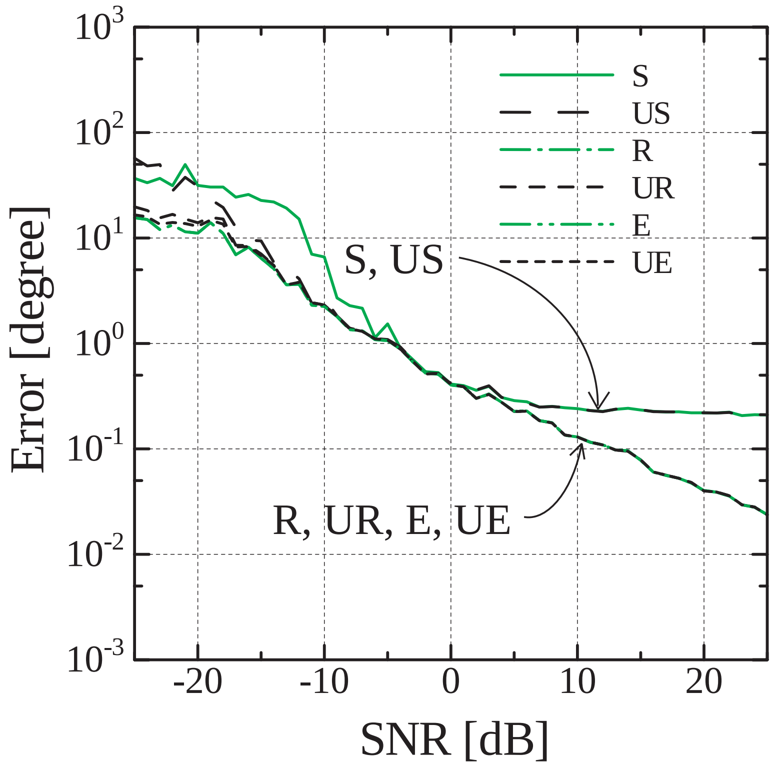


図 3.4: SNR を変化させたときの推定誤差 (到来波が 3 波が無相関の場合)

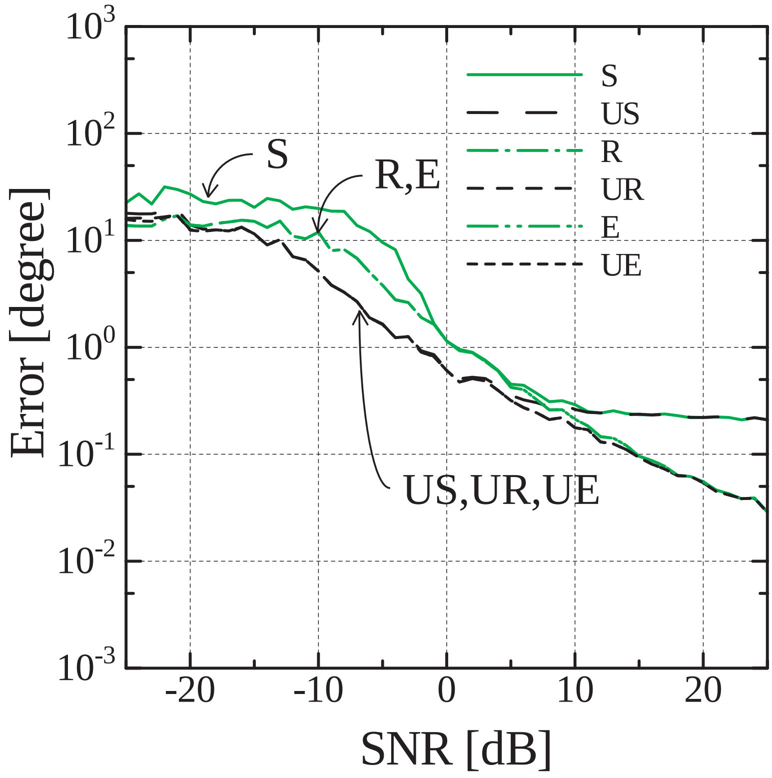


図 3.5: SNR を変化させたときの推定誤差 (到来波 3 波が相関をもつ場合)

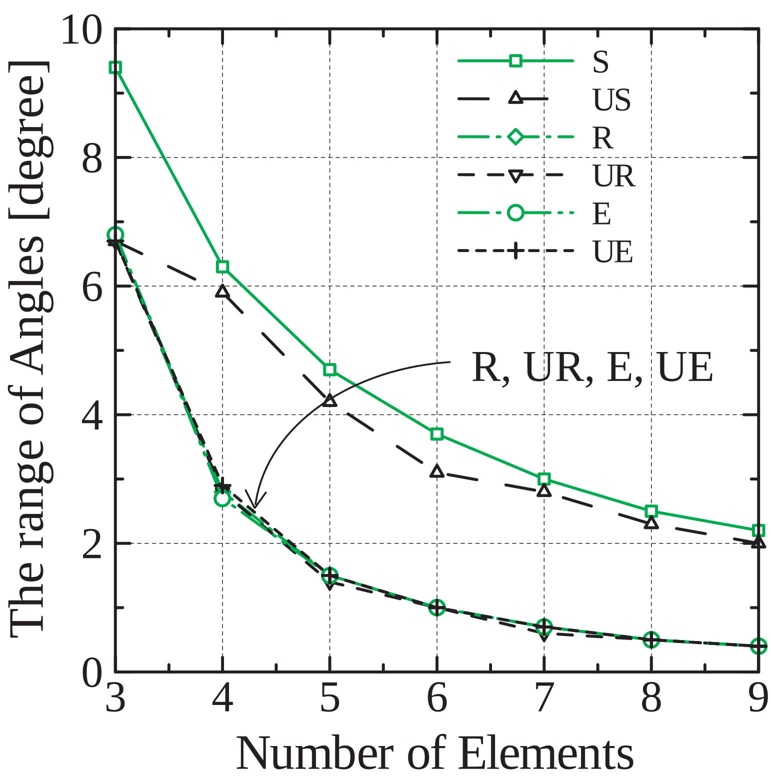


図 3.6: アレー素子数を変化させたときの近接可能間隔 (到来波 2 波が無相関の場合)

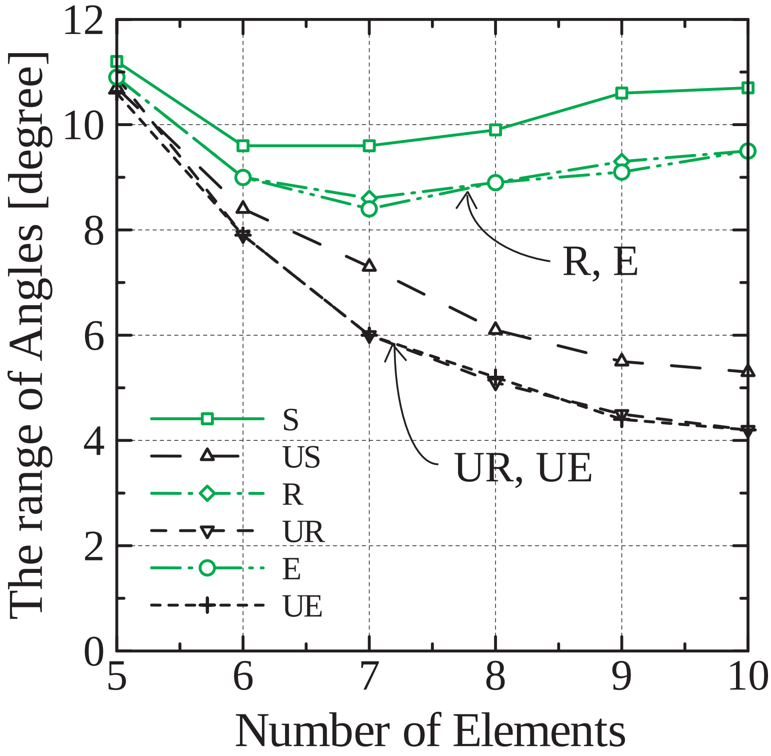


図 3.7: アレー素子数を変化させたときの近接可能間隔 (到来波 2 波が相関をもつ場合)

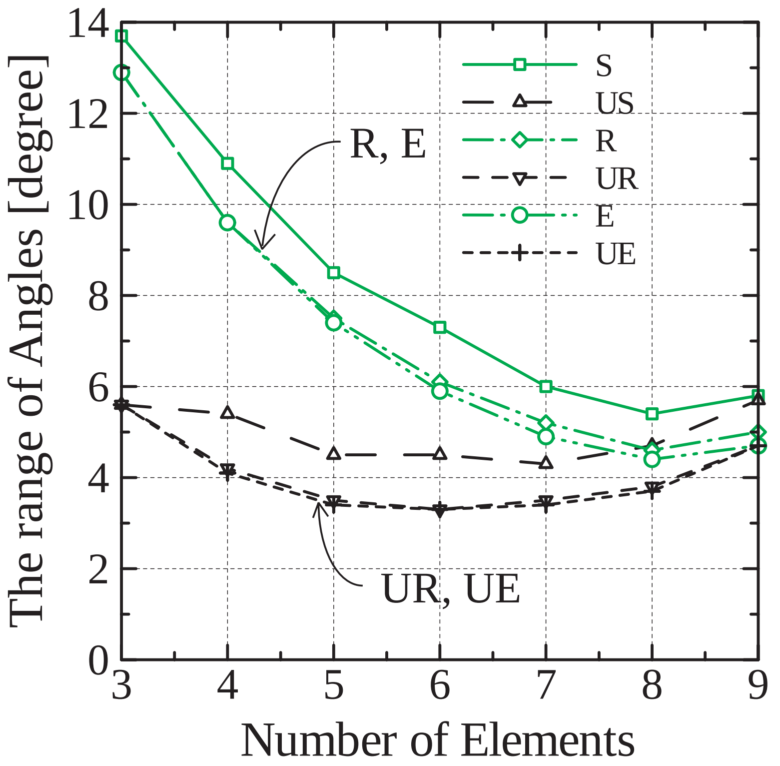


図 3.8: サブアレー素子数を変化させたときの近接可能間隔 (到来波 2 波が相関をもつ場合)

れらはルックアップテーブルもしくは四則演算のみによる近似演算などを用いることになる．

波はすべて相関波としてシミュレーションを行った．これは，前節で述べたように，相関波が到来する場合の推定精度は，一般的に無相関波が到来する場合よりも低いからである．シミュレーションの諸元を表 3.3 にまとめた．

シミュレーションはそれぞれ到来波数を増加させた場合，アレー素子数を増加させた場合，サブアレー素子数を増加させた場合において，ビット数と推定精度の関係を検証した．

表 3.3: 量子化誤差に関するシミュレーションパラメータ

	図 3.9	図 3.10	図 3.11	図 3.12
アレー形状	半波長等間隔リニアアレー			
アレー素子数:M	6	6	10	10
サブアレー素子数:K	4	4	4	8
到来波数:L	1	3	3	3
到来方向 [deg]	-5.2	$-5.2, 15.2, 35.2$	$-5.2, 15.2, 35.2$	$-5.2, 15.2, 35.2$
スナップショット数	300	300	300	300
SNR[dB]	7	7	7	7

3.2.2　到来波数を増加させた場合

図 3.9(a) は到来波 1 波の場合の小数部ビット数を変化させた場合の推定誤差を示している．小数部ビット数の影響を調べるために，整数部ビット数は十分な長さである 64 ビットに固定している．図 3.9(a) から，ESPRIT を除く 5 つのアルゴリズムは小数部ビットが 10 ビット程度で 1 度の誤差に収まっている．したがって，次の整数部ビット数を変化させるシミュレーションは ESPRIT を除く 5 つのアルゴリズムについてのみ行った．このとき，小数部ビット数は 10 ビットに固定した．シミュレーション結果を図 3.9(b) に示す．図 3.10(a) は相関波 3 波が到来した場合において，小数部ビット数を変化させたときの推定誤差を示している．その他の条件は図 3.9(a) と同じである．図 3.10(a) から，ユニタリアルゴリズムは小数部ビット数が 18 ビット程度で 1 度の誤差に収まっているのに対して，通常のアルゴリズムは誤差が大きいことが確認できる．したがって，ユニタリアルゴリズム 3 つに関してのみ整数部ビット数を変化させてシミュレーションを行った．その結果を図 3.10(b) に示す．このとき小数部ビット数は 18 ビットに固定している．

図 3.9 と図 3.10 を比べると，到来波数が増加すると十分な精度で推定を行うための必要ビット数も増加することが確認できる．

3.2.3 アレー素子数を増加させた場合

図 3.11(a)(b) は，図 3.10 と同じ条件でアレー素子数を 10 素子に増加させ，それぞれ小数部ビット数と整数部ビット数を変化させたときの推定誤差を示している．ただし，サブアレー素子数は図 3.10 と同じ 4 素子で固定．

図 3.10 と図 3.11 を比べると，アレー素子数が増加する，つまりサブアレーの数が増加すると必要ビット数は少なくてすむことがわかる．これは，サブアレー数が増えたことにより空間平均をとる回数が増えたため，より高い相関抑圧効果が得られ相関行列のダイナミックレンジが向上したためと考えられる．

3.2.4 サブアレー素子数を増加させた場合

図 3.12(a)(b) は，図 3.11 と同じ条件でサブアレー素子数を 8 素子に増加させ，小数部ビット数を変化させたとき推定誤差を示している．ただし，アレー素子数は図 3.11 と同じ 10 素子で固定．

図 3.11 と図 3.12 を比べると，サブアレー素子数が増加すると必要ビット数は減少することが確認できる．これはサブアレー素子数が増加したことによってアレーの開口長が広がり値のダイナミックレンジが向上したためと考えられる．しかし，図 3.12(b) の結果より Root-MUSIC と Unitary Root-MUSIC の必要ビット数は非常に大きなものとなってしまっている．これは，Root-MUSIC 多項式演算に多くのビット数が必要であることを示し，Root-MUSIC 多項式演算量はサブアレー素子数 K に依存する ($2(K-1)$ 次多項式を解く) ためであると考えられる．

3.2.5 まとめ

シミュレーション結果より，到来波数が増加すると必要ビット数が増加し，アレー素子数・サブアレー素子数が増加すると必要ビット数が減少することが確認できた．ただし，Root-MUSIC と Unitary Root-MUSIC に関してはサブアレー素子数が増加すると必要ビット数は増加することがわかった．参考までに本シミュレーションにおいて，アレー 10 素子，サブアレー 8 素子に相関波 3 波が到来した場合 (図 3.12)，30 ビット (小数部 18bits + 整数部 12bits) 程度あれば Root-MUSIC と Unitary Root-MUSIC を除けば，十分な精度 (ここでは 1 度以内の誤差) を得ることが出来る．

本節で確認できたことを以下に示す.

- MUSIC は，MUSIC スペクトラムが非常に大きい値域をもつため，固定小数点演算には適さない.
- 更に，MUSIC はスペクトルサーチを行ったり，またそのためにサーチする角度全てのステアリングベクトルの値を内部に蓄えておかなければならない．これらは回路規模の増加をまねいてしまう.
- ユニタリアルゴリズムは，通常のアルゴリズムに比べて少ないビット数で精度良く推定できる.
- Root-MUSIC と Unitary Root-MUSIC は，演算量がサブアレーの素子数に依存するため，演算量が到来波数に依存する ESPRIT などに比べ自由度が少なく，量子化誤差の影響を受けやすい.

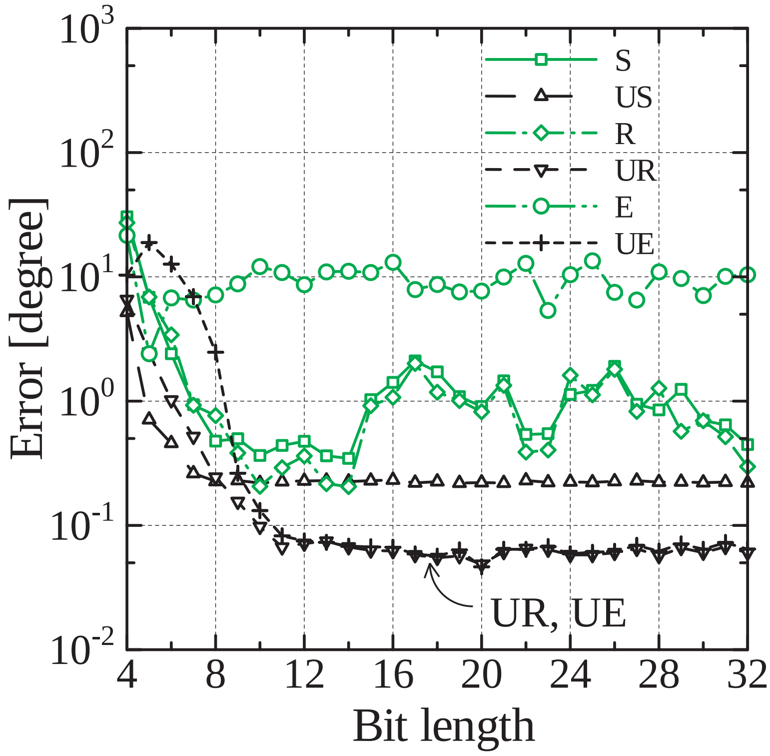
3.3 演算量に関する検討

ここでは，到来方向推定アルゴリズムの演算量について検証する．ユニタリアルゴリズムは一般的に，ユニタリ変換を施し実数演算に帰着させることにより通常のアルゴリズムより演算量を低減できることが知られている [4][5]．また前節までのシミュレーション結果より，通常のアルゴリズムに比べて推定精度や演算ビット数の点からメリットが大きいので，本節ではユニタリアルゴリズムについてのみシミュレーションを行った．シミュレーションに用いた PC のスペックは次の通り．CPU：Pentium3 1.0GHz，メモリ：256MB

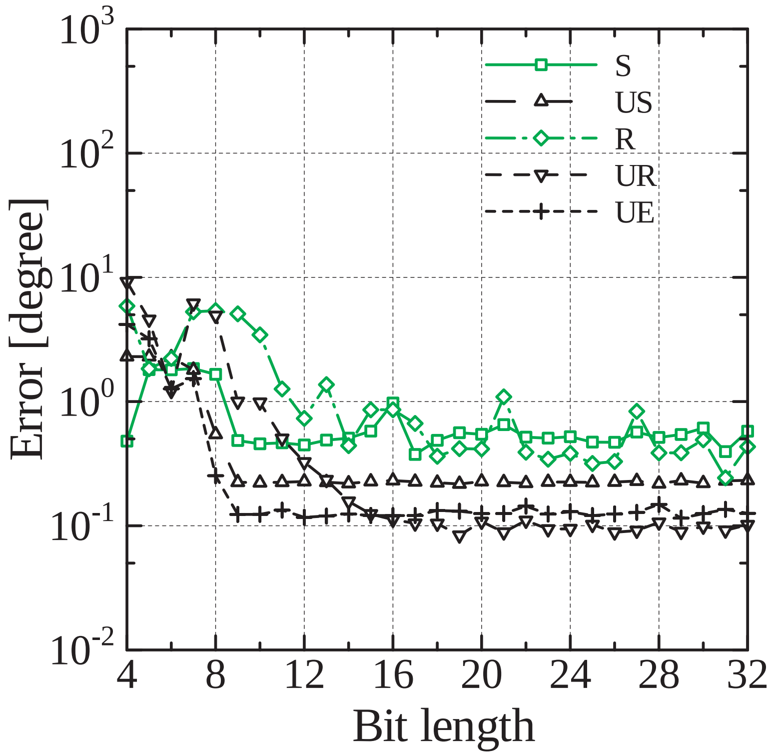
シミュレーションの諸元を表 3.4 にまとめた.

表 3.4: 演算時間に関するシミュレーションパラメータ

	図 3.13	図 3.14
アレー形状	半波長等間隔リニアアレー	
アレー素子数:M	変化	10
到来波数:L	3	変化
スナップショット数	300	300
SNR[dB]	7	7

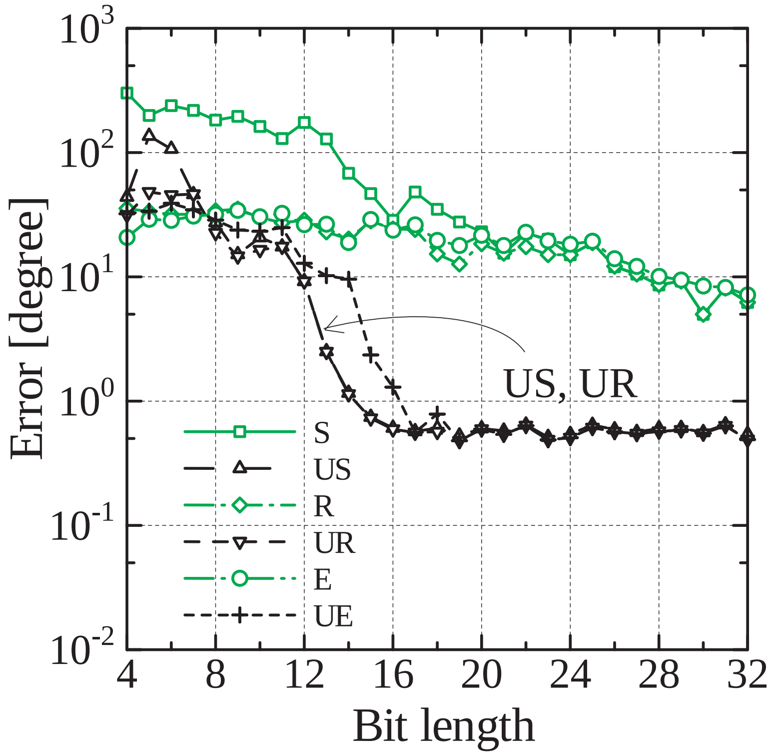


(a)

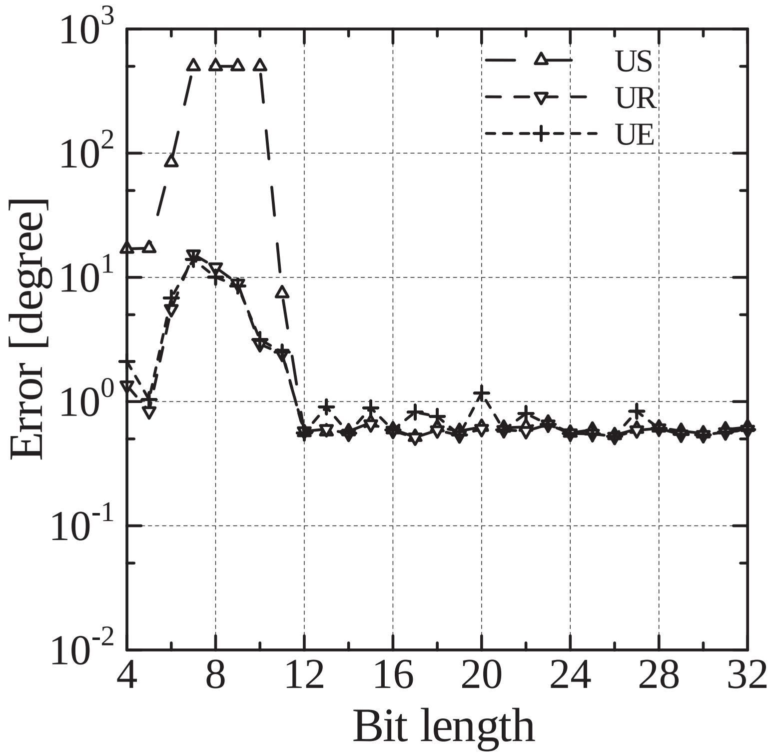


(b)

図 3.9: 到来波が 1 波の場合の推定誤差@ $M=6$，$K=4$：(a) 小数部ビット数を変化させたとき，(b) 整数部ビット数を変化させたとき (小数部ビット数は 10 ビットに固定)

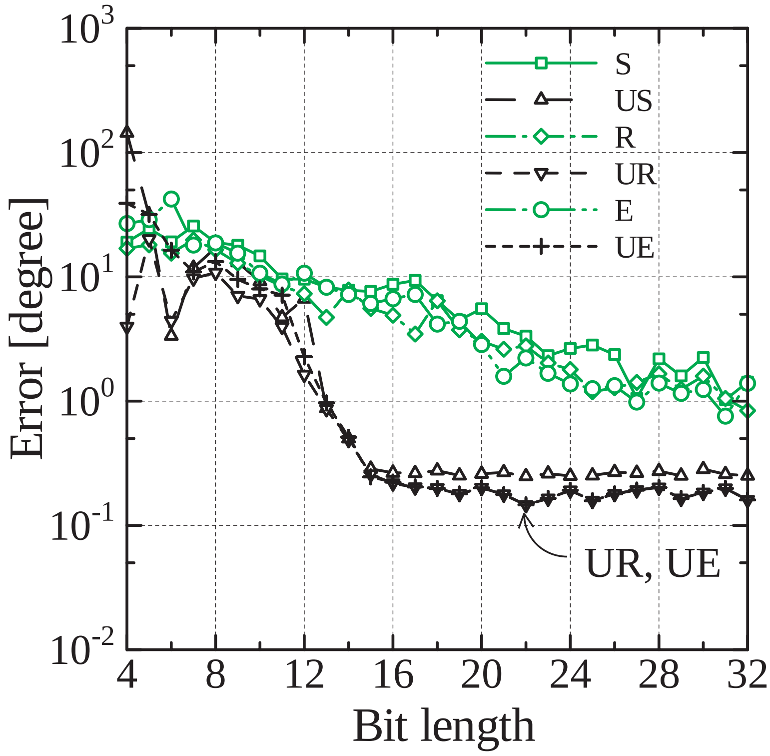


(a)

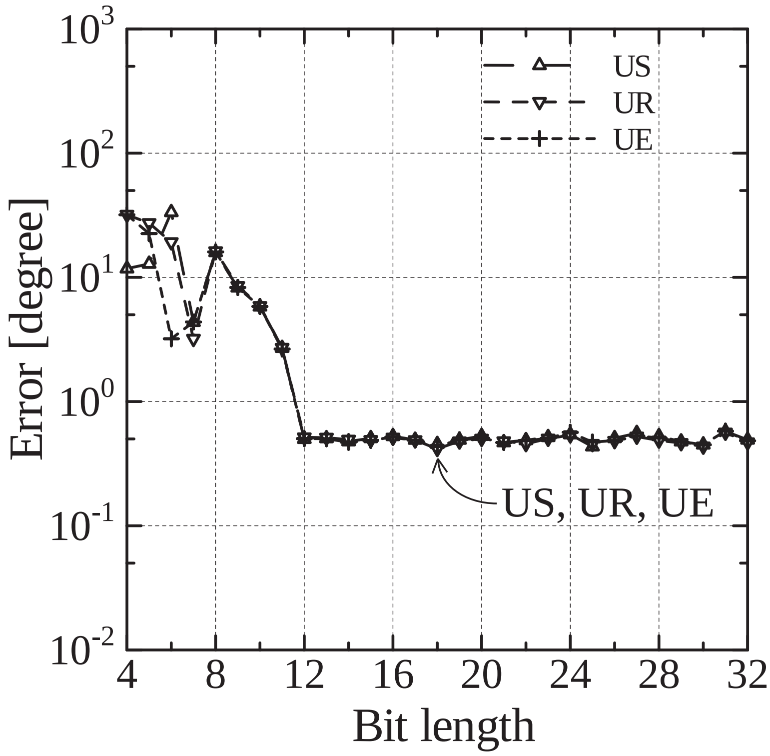


(b)

図 3.10: 到来波 3 波が相関をもつ場合の推定誤差@ $M = 6,\ K = 4$：(a) 小数部ビット数を変化させたとき，(b) 整数部ビット数を変化させとき (小数部ビット数は 18 ビットに固定)

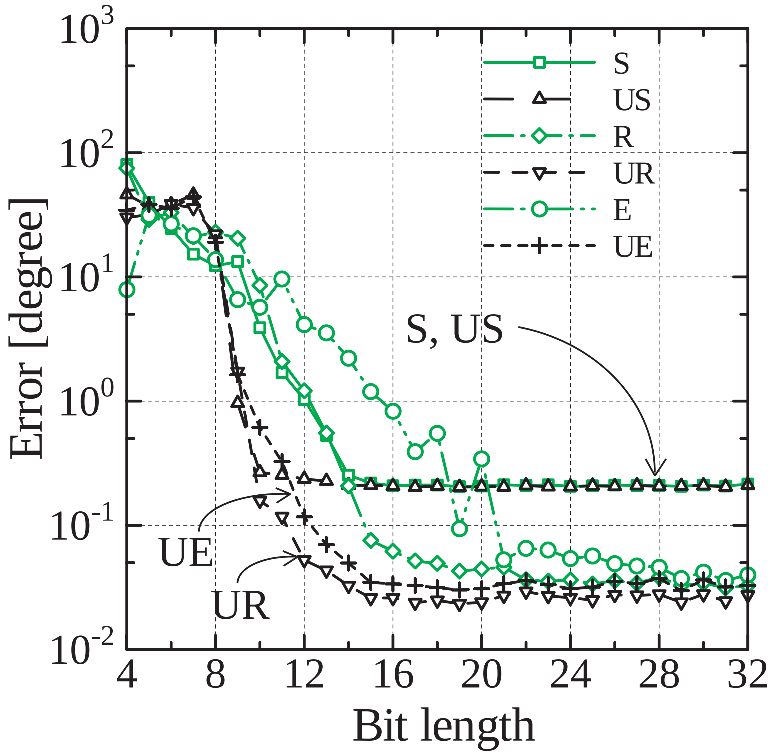


(a)

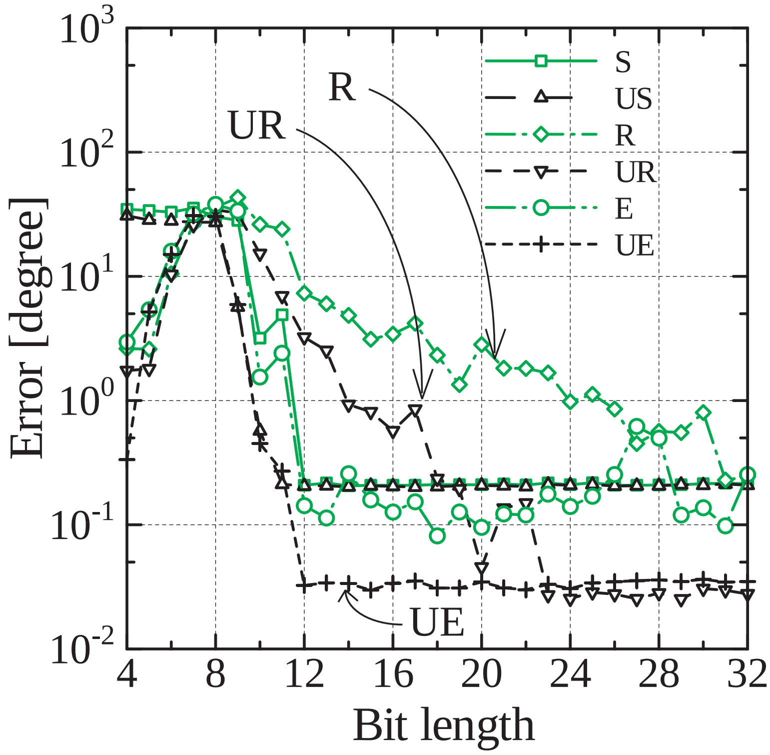


(b)

図 3.11: 到来波 3 波が相関をもつ場合の推定誤差@ $M=10,\ K=4$：(a) 小数部ビット数を変化させたとき，(b) 整数部ビット数を変化させとき (小数部ビット数は 14 ビットに固定)



(a)



(b)

図 3.12: 到来波 3 波が相関をもつ場合の推定誤差@ $M = 10$, $K = 8$：(a) 小数部ビット数を変化させたとき，(b) 整数部ビット数を変化させとき (小数部ビット数は 20 ビットに固定)

3.3.1 理論的特性

各アルゴリズムの演算量に関して，理論的に次のようなことが言える．

理論的性質：

1. 相関行列 R_{xx} 作成の演算量は，アレー素子数 M に依存する．これは，入力ベクトル $\boldsymbol{X}(t)$ が式 (2.1) で表されるように M 個の要素からなるベクトルであるからである．

2. 固有値展開の演算量は，サブアレー素子数 K に依存する．これは，空間平均後の相関行列 R_{xx}^{fb} が式 (2.9) で表されるように $K \times K$ 次元の行列であるからである．

3. MUSIC において，スペクトルサーチの演算量は雑音固有ベクトルの数 $(K - L)$ に依存する [1].

4. Root-MUSIC において，Root-MUSIC 多項式を解く演算量はサブアレー素子数に依存する．これは Root-MUSIC 多項式が $2(K - 1)$ 次の多項式だからである [3].

5. ESPRIT において，ESPRIT 演算 (2.3 節で示した TLS-ESPRIT のまとめの［手順 2］から［手順 4］まで) の演算量は到来波数 L に依存する [2].

本シュミレーションにおいては，波は互いに無相関の単純な場合を仮定し，F/B 空間平均は用いていない．よって，本シミュレーションにおいては，アレー素子数 M とサブアレー素子数 K は同じである．

3.3.2 アレー素子数/到来波数を増加させた場合

図 3.13 はアレー素子数を増加させたときの演算時間を示したものである．図 3.14 は到来波数を増加させたときの演算時間を示したものである．図 3.13 図 3.14 の結果は，理論的性質と一致していることが確認できる．また，Unitary ESPRIT は到来波に依存した演算量で，主にアレー素子数に依存する他のアルゴリズムに比べて非常に効率よく推定できることがわかる．

3.3.3 まとめ

演算量の観点から，Unitary ESPRIT が今回シミュレーションを行った 6 つのアルゴリズムの中で最も効率的なアルゴリズムであると考えられる．ただし，これらのアルゴリズムを DSP や FPGA などに実装する場合，DSP はパイプライン処理によって，FPGA は

シストリックアレーによって並列処理などが可能となるため，演算時間はDSPやFPGAなど，実装するデバイスによって異なる．FPGAで実装を行う場合，相関行列作成や固有値展開などの行列演算は並列処理を行うことにより更なる高速化が可能となる．それ故，演算時間については，実際に実装するデバイスによって更なる詳細な検討が必要である．ただ，いずれにしても本節の結果はアルゴリズムのどのプロセスに時間がかかり，またアレー素子数や到来波数というパラメータが演算時間にどのように影響を与えるかということの１つの指標として考えることが出来る．

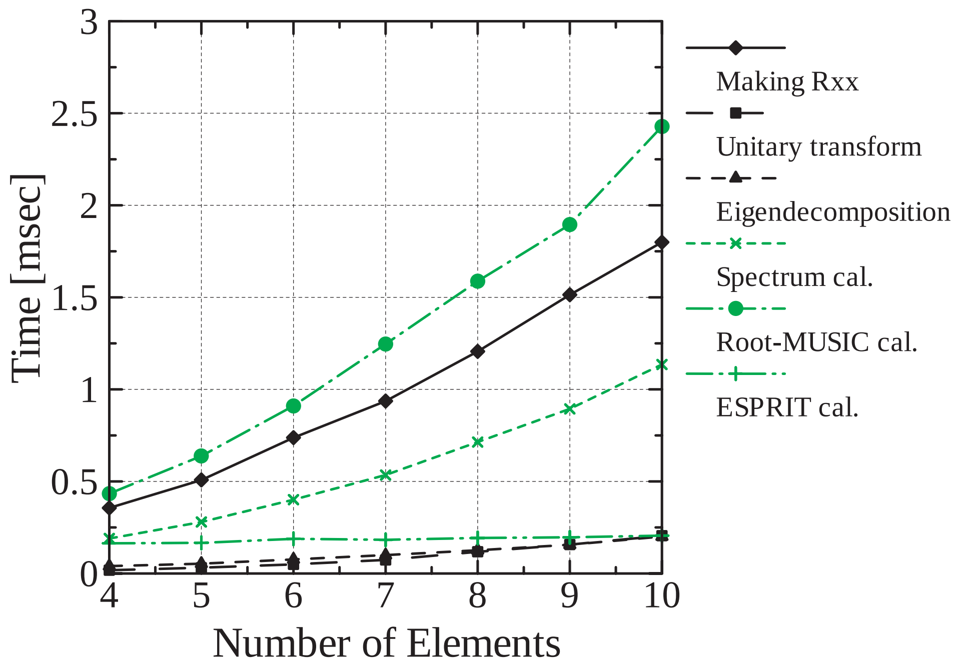


図 3.13: アレー素子数を変化させたときの演算時間

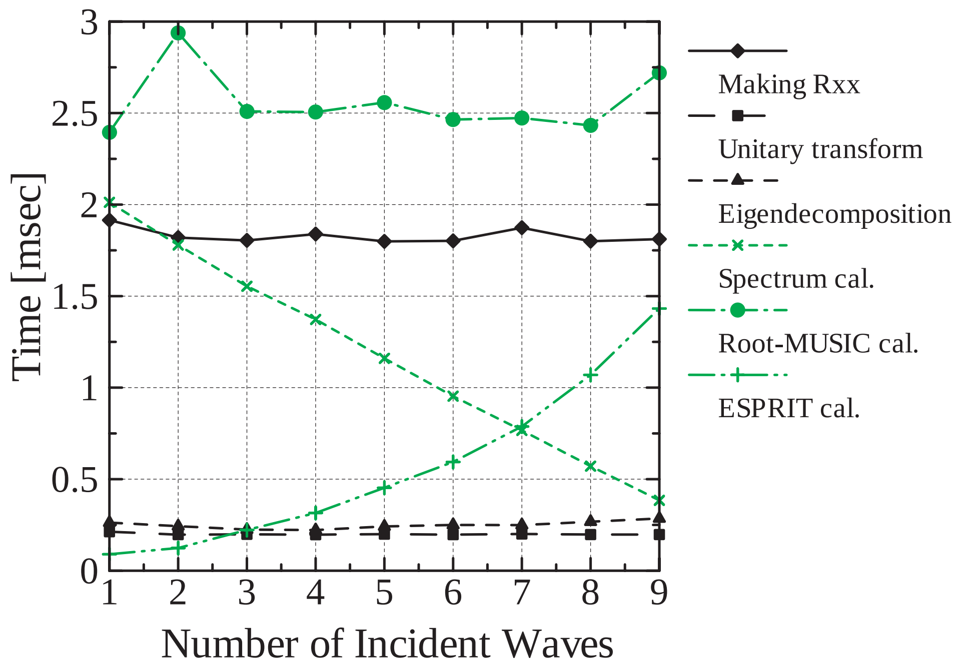


図 3.14: 到来波数を変化させたときの演算時間

第 4 章

ビームスペース方式の適用

この章では，従来の到来方向推定アルゴリズムにビームスペース方式を適用した場合の可能性を示す．4.1 節では，ビームスペース方式の原理について述べる．次に 4.2 節では，ビームスペース方式を適用した場合の到来方向推定アルゴリズムの特性は，これまでのアルゴリズムと比較してどのように異なるか考察する．最後に 4.3 節では，ビームスペース方式を適用することにより演算量はどのように変化するか考察する．

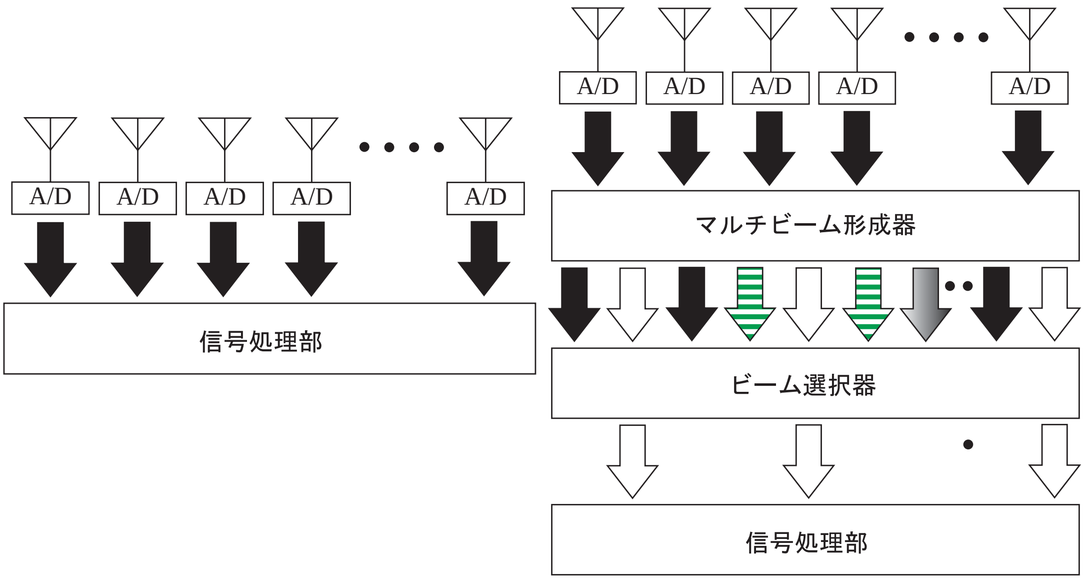
4.1 ビームスペース方式の原理

以下にビームスペース方式の原理を示す.

一般的には，各アンテナ素子からの出力を入力信号として信号処理する．この構成をエレメントスペース (element-space) 方式と呼ぶ，つまり前章まででシミュレーションにより検討したアルゴリズムは全てエレメントスペース方式である．これに対して，一旦，指向性をつけて一定方向の電波を受けやすくするビームを複数形成してから，各々のビーム出力に対して信号処理を行う構成をビームスペース (beam-space) 方式と呼ぶ. 図 4.1 に両方式における処理手順を示す．ただし，図 4.1(b) の矢印の色の濃さは信号強度の程度を表し，濃い色ほど信号強度が低いことを示す.

多数の素子を有するアンテナでは 1 つ 1 つの素子の中の所望信号は雑音や干渉波の中に深く埋もれているのに対し，ビームスペースではそのいくつかのビームにはかなり高い品質の信号をもつものが存在する．エレメントスペースでは常に全出力を用いた信号処理が必要であるのに対して，ビームスペースでは信号や干渉波成分を多く含むビーム出力だけを使うことで目的とする品質の高い信号が得られる．これは大幅な回路規模と演算時間の減少をもたらす [18].

複数の信号波が到来している電波環境で，ビームスペース方式を用いた場合，各々のビームの出力の大きさから，ある程度の到来方向分布がわかる．つまり，各到来波の方



(a) エレメントスペース方式　(b) ビームスペース方式

図 4.1: エレメントスペース方式とビームスペース方式

向に主ビームのあるビーム出力が大きくなる．そこで，出力電力の大きいビームを選択して信号処理すれば，到来波の個数に対応した自由度で効率よく演算が行え，演算時間も削減することができる．

1 次処理に相当するマルチビーム形成を少ない演算で形成する方法として FFT(Fast Fourier Transform) のアルゴリズムがよく用いられる．直線状に等間隔に配列された N 本 (2 のべき乗) の素子からなるアレーアンテナから N 本のビームを形成するときに適用できる．通常のビーム形成では加算及び乗算とも N^2 回の演算が必要になる．この演算に FFT のアルゴリズムを用いると加算を $N \log_2 N$ 回に，乗算を $2N \log_2 N$ 回に減らすことができるので，$N \geq 4$ で効果が現れ，アンテナ本数が増えるほど効果が大きくなる [18]．

到来方向推定アルゴリズムにビームスペース方式を適用するための手順を以下に示す．

M 個の信号に対して DFT(Discrete Fourier Transform) を行う M 次のベクトルを以下のように定義する．

$$\boldsymbol{v}_M(u) = \left[1, e^{j\pi u}, e^{j2\pi u}, \ldots, e^{j(M-1)\pi u}\right]^T \tag{4.1}$$

M 素子等間隔リニアアレーアンテナとすると，M 本のマルチビームを形成する $M \times M$ の DFT 行列は次式のように表される．

$$W_R^{(all)} = \frac{1}{\sqrt{M}}\left[\boldsymbol{v}_M(0) \vdots\, \boldsymbol{v}_M\left(\frac{2}{M}\right) \vdots \cdots \vdots\, \boldsymbol{v}_M\left((M-1)\frac{2}{M}\right)\right] \tag{4.2}$$

一例として，上式で表されるマルチビームの指向性は，$M = 4$ の場合図 4.2 のようになる．また，図 4.2 や式 (4.1)，式 (4.2) から分かるように，マルチビームは-90 度から 90 度

の範囲に互いに直交するビームを M 本作るように定められるので，素子数 M が多くなると，ビーム幅はより急峻になる (図 4.11 参照).

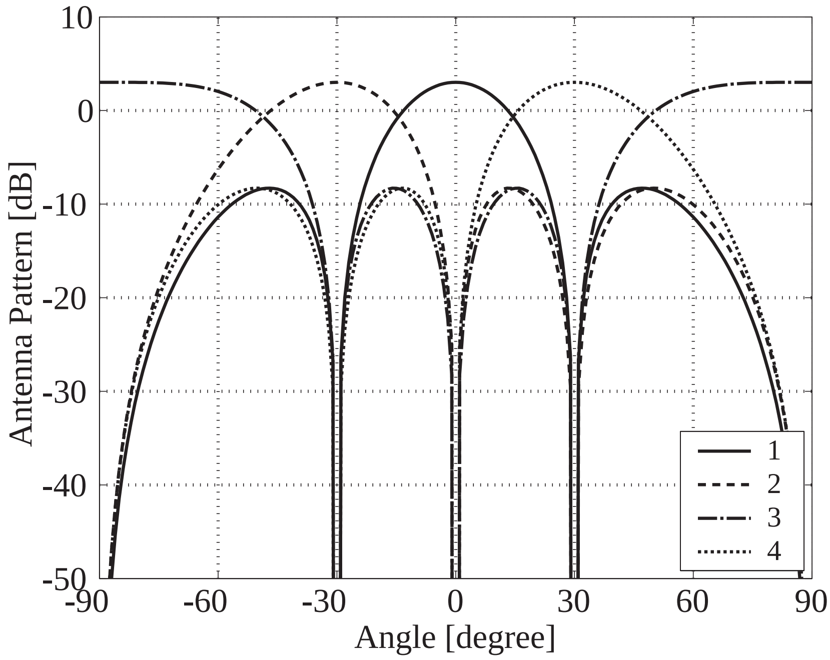


図 4.2: 4 素子マルチビームパターン

この M 本のマルチビームから B 本のビームを選択するのであるが，この選択方法として，ある程度の到来方向が分かっている場合やある特定方向に対して推定精度を向上させたい場合などには，その方向に主ビームが向いているビームを B 本選択すれば良い．また，そうでない場合は，入力ベクトル $\boldsymbol{X}(t)$ のすべての要素に対してフーリエ変換を次式のように行い，

$$\boldsymbol{Y}_{bs}^{(all)}(t) = W_R^{(all)H}\boldsymbol{X}(t) \tag{4.3}$$

その出力 $\boldsymbol{Y}_{bs}^{(all)}(t)$ の絶対値の大きいものを B 本選ぶ方法を用いる．

上述したような方法で，B 本の選択ビームが決定したとし，$W_R^{(all)}$ から B 本のビームを選択した $M \times B$ の DFT 行列を W_R とすると，入力ベクトル $\boldsymbol{X}(t)$ に対してフーリエ変換を次式のように施し，

$$\boldsymbol{Y}_{bs}(t) = W_R^H\boldsymbol{X}(t) \tag{4.4}$$

フーリエ変換後の入力ベクトル $\boldsymbol{Y}_{bs}(t)$ の相関行列 R_{bs} を以下のように作成する．

$$R_{bs} = \frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n}\boldsymbol{Y}_{bs}(t)\boldsymbol{Y}_{bs}^H(t) \in \boldsymbol{C}^{B\times B} \tag{4.5}$$

これは，次式の操作を用いても等価である．

$$R_{bs} = W_R^H R_{xx} W_R \in \boldsymbol{C}^{B\times B} \tag{4.6}$$

ビームスペース方式を適用することによって，相関行列の次元が $R_{xx} \in \boldsymbol{C}^{M\times M}$ から $R_{bs} \in \boldsymbol{C}^{B\times B}$ に小さくなることにより，固有値展開の計算負荷が軽減される．

ビームスペース方式を適用した場合の到来方向推定手順を，MUSIC を例にとり，以下に説明する．

ビームスペース方式適用後の相関行列 R_{bs} を固有値展開すると，i 番目の固有値，固有ベクトルをそれぞれ λ_i，$\boldsymbol{e}_i$ とすると，以下のようになる．

$$R_{bs} = \sum_{i=1}^{B} \lambda_i \boldsymbol{e}_i \boldsymbol{e}_i^H \tag{4.7}$$

求めた固有ベクトルを用いて次のようなビームスペース MUSIC スペクトラムを作成する．

$$\begin{aligned} P_{BMU}(\theta) &\triangleq \frac{\{W_R^H \boldsymbol{a}(\theta)\}^H \{W_R^H \boldsymbol{a}(\theta)\}}{\{W_R^H \boldsymbol{a}(\theta)\}^H E_{BN} E_{BN}^H \{W_R^H \boldsymbol{a}(\theta)\}} && (4.8) \\ &= \frac{B}{\boldsymbol{b}^H(\theta) E_{BN} E_{BN}^H \boldsymbol{b}(\theta)} && (4.9) \\ \boldsymbol{b}(\theta) &= W_R^H \boldsymbol{a}(\theta) \in \boldsymbol{C}^{B\times 1} && (4.10) \\ E_{BN} &\triangleq [\boldsymbol{e}_{L+1}, \ldots, \boldsymbol{e}_B] \in \boldsymbol{C}^{B\times(B-L)} && (4.11) \end{aligned}$$

このとき，$\boldsymbol{a}(\theta) : (M\times 1)$ が $\boldsymbol{b}(\theta) : (B\times 1)$ に，$E_N : M\times(M-L)$ が $E_{BN} : B\times(B-L)$ に演算量が削減されている．また，式 (2.19) より，MUSIC では $M \geq L+1$ という必要条件であったが，ビームスペース MUSIC では，式 (4.9) から分かるように，内部雑音に等しい最小固有値を少なくとも一つ確保するため，ビームの本数 B については $B \geq L+1$ が必要条件となる．

その他にも Beamspace Root-MUSIC[13] や Beamspace ESPRIT[14] などのアルゴリズムが提案されている．

4.2 ビームスペースアルゴリズムの諸特性

この節では，ビームスペース方式を適用した到来方向推定アルゴリズムにはどのような特性があるのか，エレメントスペース方式のアルゴリズムと比較し，検討する．

4.2.1 角度依存性

ここでは，到来波の到来角度に対する依存性について検討を行う．シミュレーションの諸元を表 4.1 に示す．

はじめに，到来波がアレーアンテナの正面方向付近から到来する場合の推定精度についてのシミュレーションを行い，そのときの MUSIC スペクトラムは図 4.4 のようになる．また，そのときのマルチビームのパターンは図 4.3 である．図 4.4 から分かるように，MUSIC や Unitary MUSIC では分離推定の精度が劣化してしまうような近接波が到来するような場合でも，ビームスペース MUSIC は精度良く推定可能であることが確認できる．

つぎに，到来波がより ±90 度方向に近くなった場合についてのシミュレーションを行い，そのときの MUSIC スペクトラムは図 4.6 のようになる．図 4.6 から分かるように，MUSIC や Unitary MUSIC に比べると推定精度は良いものの，MUSIC や Unitary MUSIC と同様に正面方向から離れると推定精度の劣化が見られる．これは，3.1.1 小節の図 3.1 で示したように，±90 度のステアリングベクトルが同一の値になることが原因であるが，ビームスペース MUSIC に関しては，±90 度方向のビームはビーム幅が広くなることによる精度の劣化も原因として考えられる．

更なる検討として，選択したマルチビームに到来する波の到来角度によって，推定精度がどのように変化するかを検討した．シミュレーション方法としては，選択マルチビームの主ビームが向いている範囲で到来方向を変化させたときの 2 波分離成功確率を調べた．ここで，選択マルチビームの主ビームの向いている範囲とは，例えば図 4.7 では，線で示した −35 度から 10 度の範囲のことである．また，2 波分離成功確率とは，2 波の近接波 (本シミュレーションでは 2 波の到来角度差を 2 度とした) を 2 波とも 1 度以内の誤差で推定したときを成功としたときの，その分離推定の成功確率のことである．

図 4.8 は，3 本のマルチビームに到来する近接 2 波 (角度差 2 度) の到来方向を変化させたときの 2 波分離成功確率である．図 4.8 から，マルチビームの中心部の推定精度が良いことが確認できる．また，中心から離れるにしたがって精度が低下し，両端部では通常のアルゴリズム以下の精度まで劣化している．図 4.10 は，4 本のマルチビームに到来する近接 2 波の到来方向を変化させたときの 2 波分離成功確率である．図 4.10 から，図 4.8 と同様に中心部の精度が高いことが確認できるが，中心部で精度の落ち込み部分がみられる．この精度の落ち込み部分は，マルチビームのレベルの落ち込み部分と一致する．

4.2.2 素子数依存性

ここでは，アレー素子数に対する依存性について検討を行う．シミュレーションの諸元を表 4.2 に示す．

図 4.11 に示した通り，アレー素子数を増加させると，マルチビームは急峻になる．そ

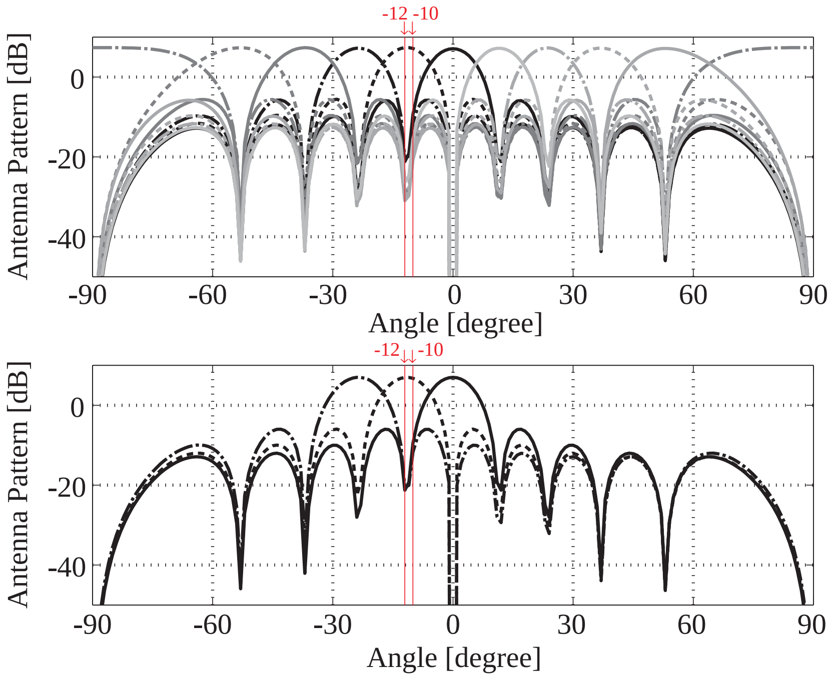


図 4.3: 選択マルチビームパターン

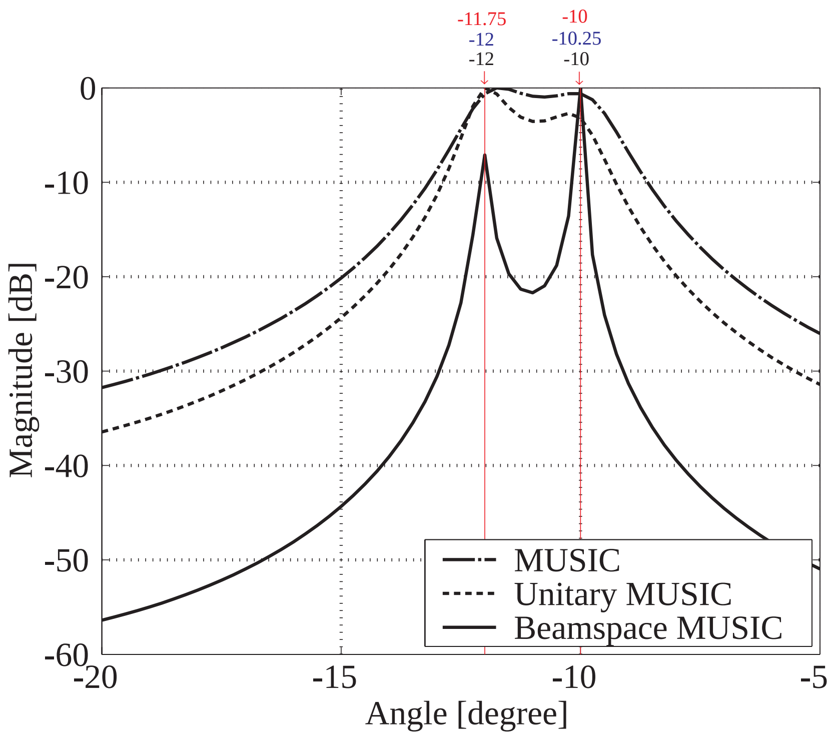


図 4.4: MUSIC スペクトラム

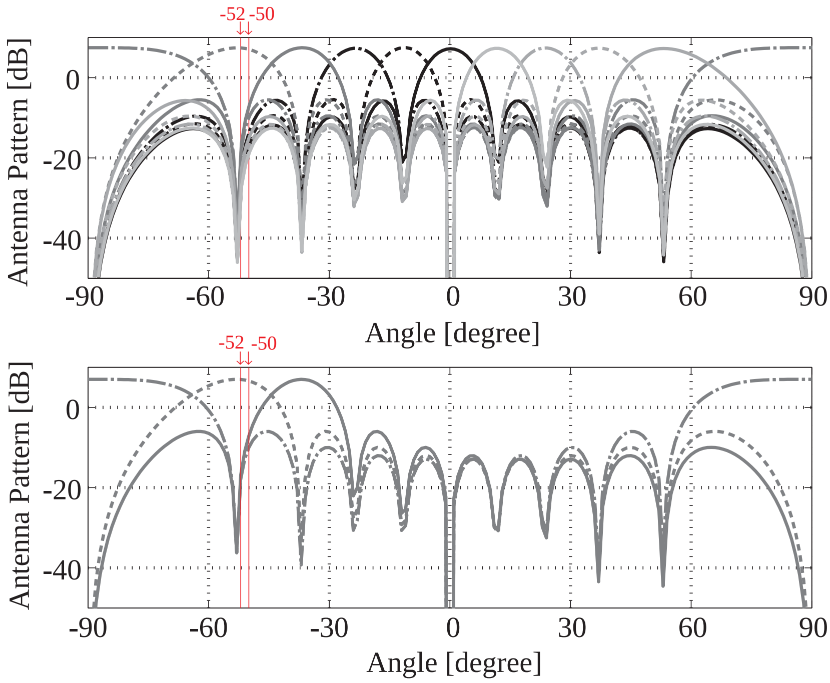


図 4.5: 選択マルチビームパターン

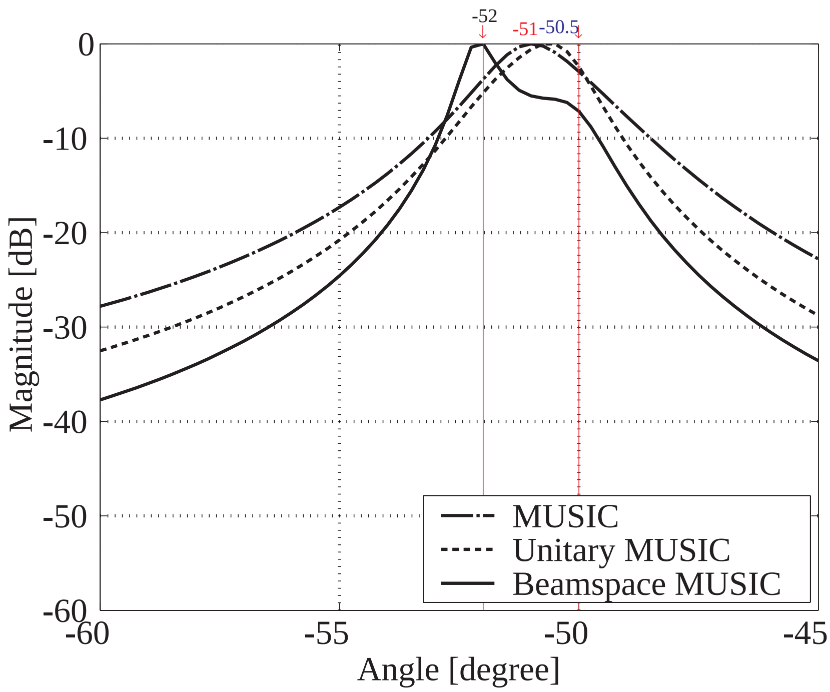


図 4.6: MUSIC スペクトラム

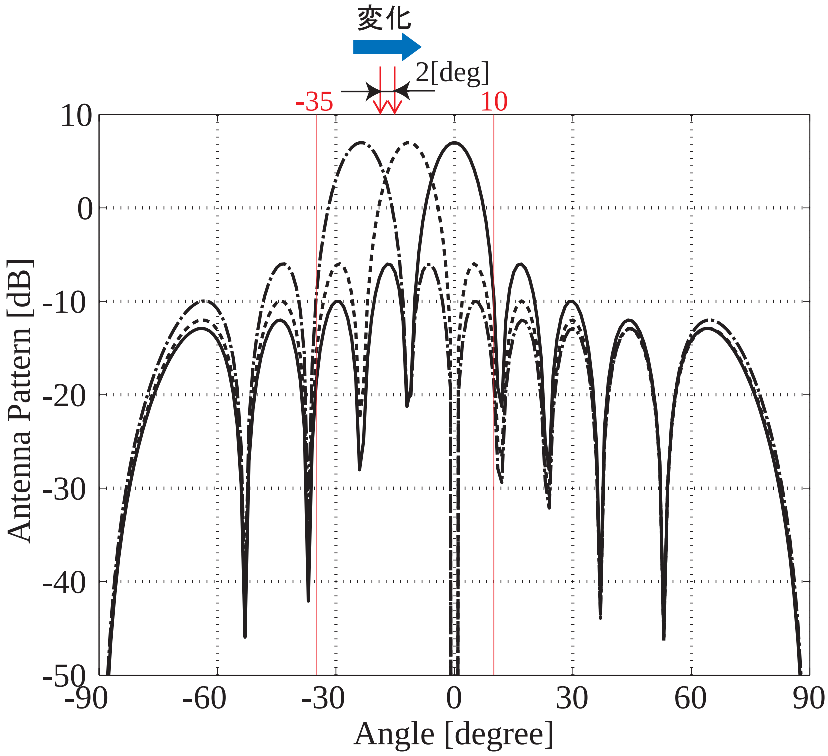


図 4.7: 選択マルチビームパターン (マルチビーム 3 本)

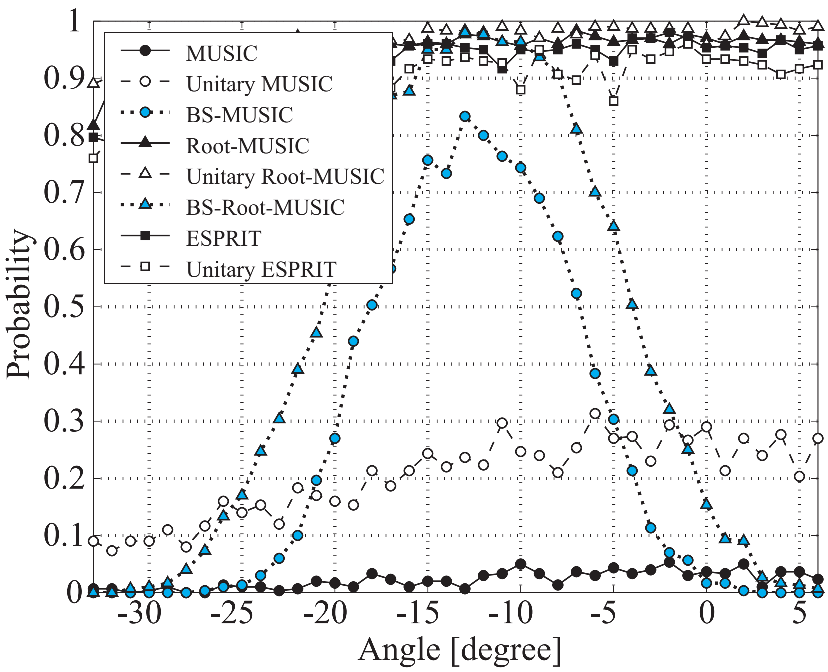


図 4.8: 角度依存性 (マルチビーム 3 本)

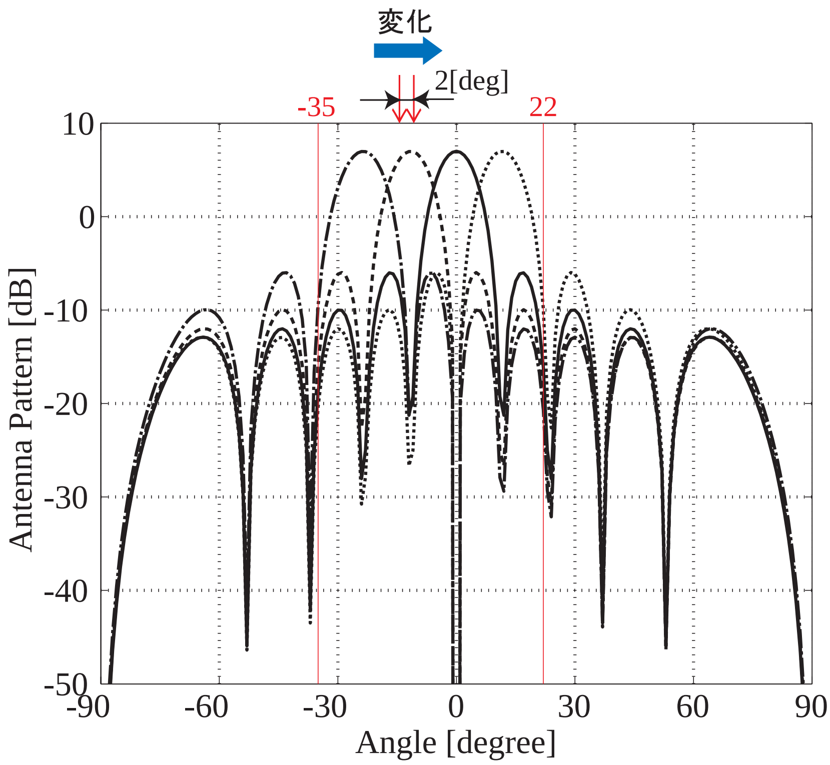


図 4.9: 選択マルチビームパターン (マルチビーム 4 本)

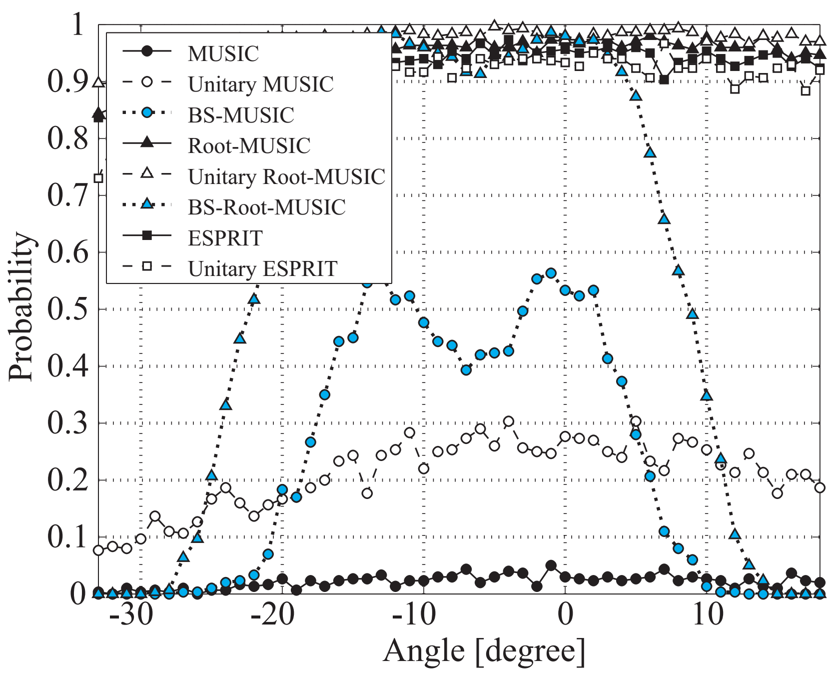


図 4.10: 角度依存性 (マルチビーム 4 本)

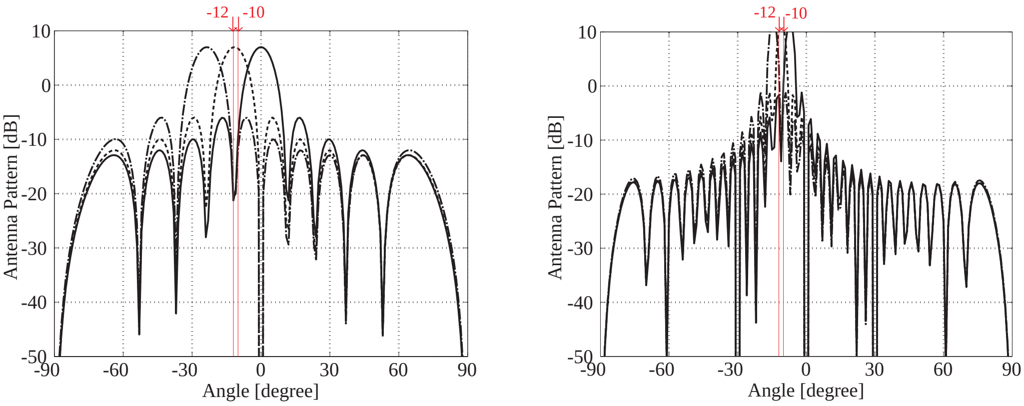
表 4.1: 角度依存性に関するシミュレーションパラメータ

	図 4.4	図 4.6	図 4.8	図 4.10
アレー形状	半波長等間隔リニアアレー			
アレー素子数:M	10	10	10	10
ビームの本数:B	3	3	3	4
到来波数:L	2	2	2	2
到来方向 [deg]	$-12, -10$	$-52, -50$	変化	変化
スナップショット数	100	100	100	100
SNR[dB]	15	15	10	10

こで，近接波をより急峻なビームで受信することによって，推定精度はどのように変化するか検討した．図 4.12 は，アレー素子数を増加させたときの 2 波分離成功確率のシミュレーション結果である．図 4.12 から分かるように，アレー素子数を増加させると推定精度の向上がみられる．また，これは MUSIC アルゴリズムにおいて顕著である．通常のアルゴリズムやユニタリアルゴリズムについては，素子数の増加による精度の向上は 3.1.2 小節で説明した通りである．ここで注目すべきはビームスペースアルゴリズムである．ビームスペースアルゴリズムの相関行列の次元は $B \times B$ であり，演算量はビームの本数 B に依存するため，素子数が増加してもビームの本数は 3 本で一定であるので，ここでは演算量は変化していない．つまり，演算量を増加させることなく推定精度の向上が実現できる．

表 4.2: 素子数依存性に関するシミュレーションパラメータ

	図 4.12
アレー形状	半波長等間隔リニアアレー
アレー素子数:M	変化
ビームの本数:B	3
到来波数:L	2
到来方向 [deg]	$-12, -10$
スナップショット数	100
SNR[dB]	0



(a)$M = 10$ の場合　　(b)$M = 32$ の場合

図 4.11: 素子数の違いによるマルチビームパターンの違い

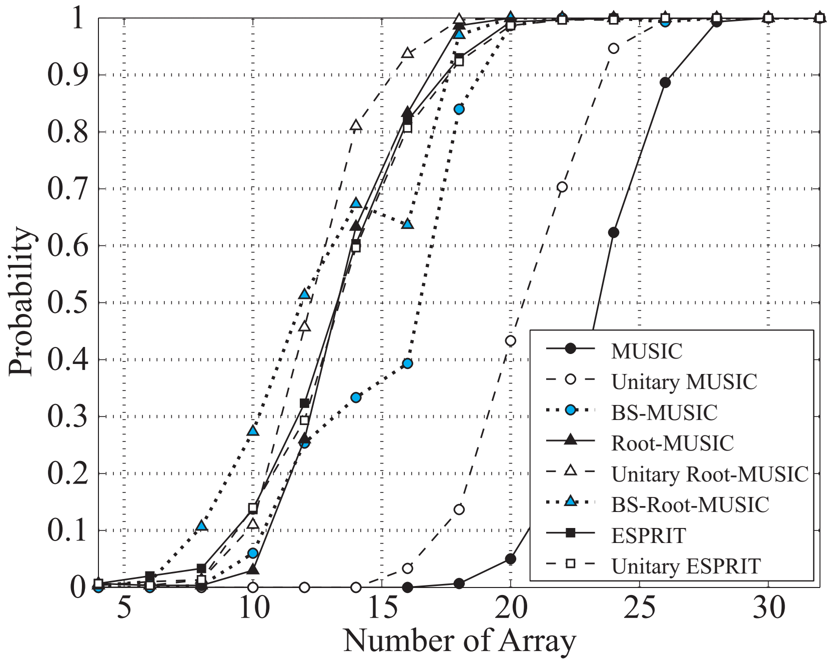


図 4.12: 素子数依存性

4.2.3 SNR 依存性

ここでは，SNR に対する依存性について検討を行う．シミュレーションの諸元を表 4.3 に示す．

一般的に，ビームスペース方式は低 SNR 環境での有効性が指摘されている [15]．そこで，SNR を変化させたときの 2 波分離成功確率について検討した．図 4.14 は 3 本のマルチビームを用いた場合の結果である．図 4.14 より，特に SNR の低い部分に注目すると，ビームスペースアルゴリズムは，他のアルゴリズムに比べ推定精度が良いことが確認できる．また，それは MUSIC アルゴリズムにおいて顕著である．次に，図 4.16 は，マルチビームの本数を増やし 5 本とした場合の結果である．図 4.16 をみると，図 4.14 の場合ほどのビームスペースアルゴリズムの精度向上はみられない．更に，マルチビームの本数を 10 本，つまりアレー素子数が 10 であるから全てのビームを用いた場合の結果が図 4.18 である．このとき，ビームスペース MUSIC の結果は MUSIC に一致し，ビームスペース Root-MUSIC の結果は Root-MUSIC に一致する．つまり，これらの結果と 4.1 節で示した必要条件 $B \geq L+1$ より，B は $B \geq L+1$ を満たし，かつ出来るだけ小さい値に設定することでビームスペースアルゴリズムは最大のパフォーマンスを発揮するということがわかる．このことから，ビームスペースアルゴリズムにおいて到来波数は非常に重要な情報である．

表 4.3: SNR 特性に関するシミュレーションパラメータ

	図 4.14	図 4.16	図 4.18
アレー形状	半波長等間隔リニアアレー		
アレー素子数:M	10	10	10
ビームの本数:B	3	5	10
到来波数:L	2	2	2
到来方向 [deg]	$-12, -10$	$-12, -10$	$-12, -10$
スナップショット数	100	100	100
SNR[dB]	変化	変化	変化

4.2.4 まとめ

本節で行ったシミュレーション結果から，ビームスペースアルゴリズムについて分かったことを，以下にまとめる．

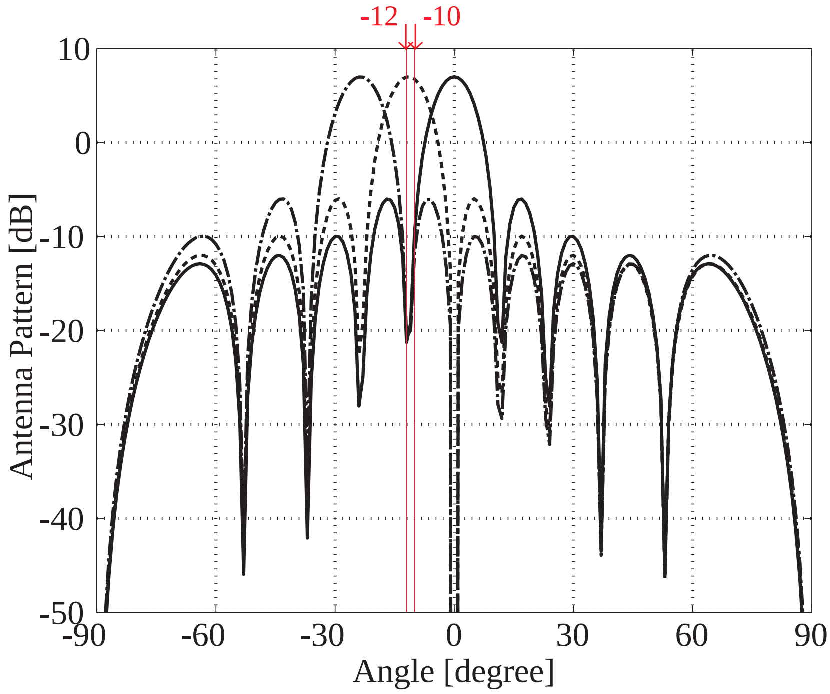


図 4.13: 選択マルチビームパターン (マルチビーム 3 本)

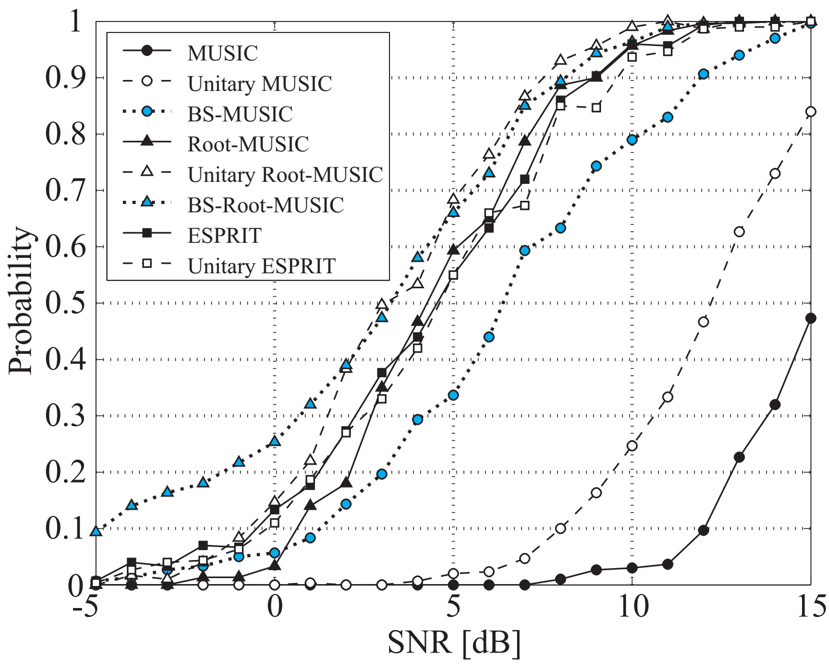


図 4.14: SNR 特性 (マルチビーム：3 本)

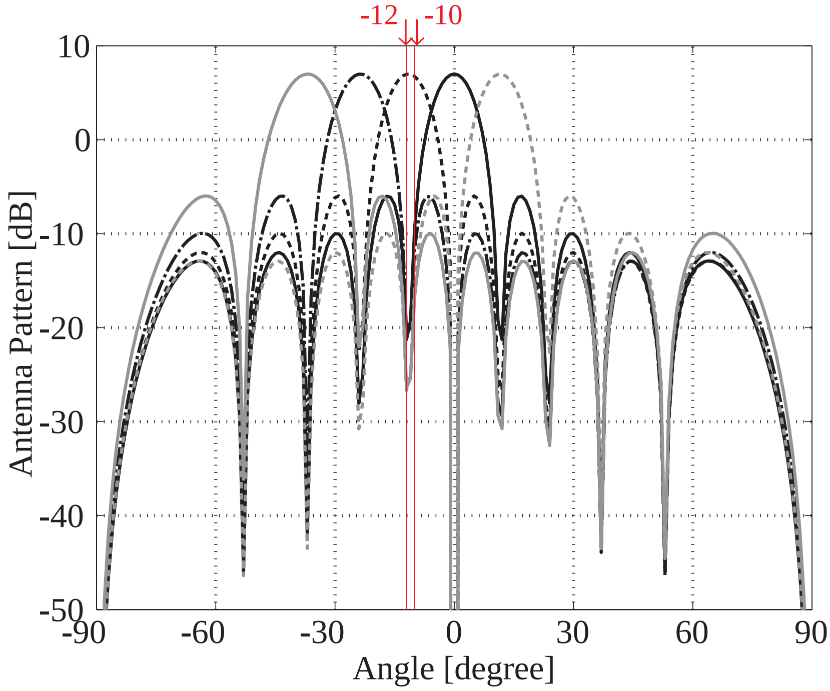


図 4.15: 選択マルチビームパターン (マルチビーム 5 本)

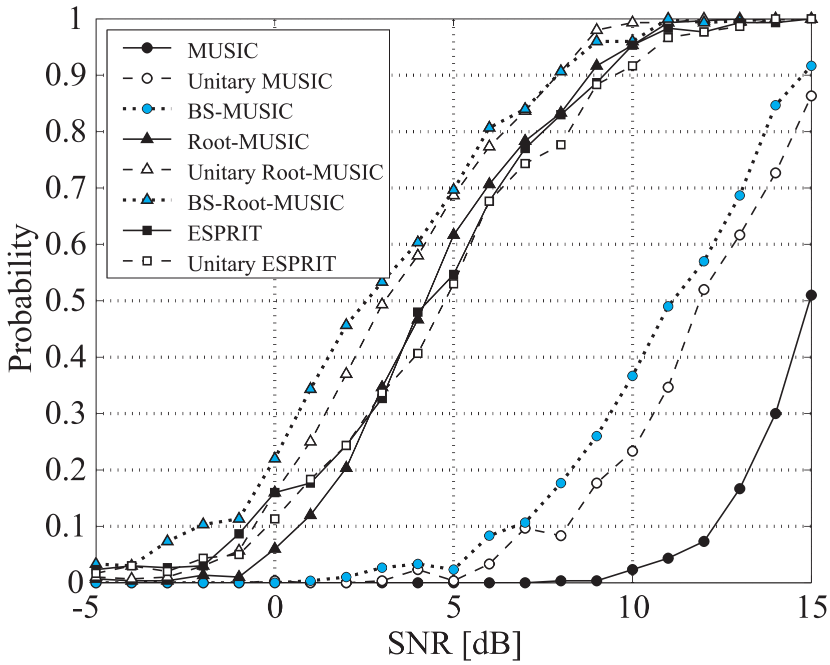


図 4.16: SNR 特性 (マルチビーム：5 本)

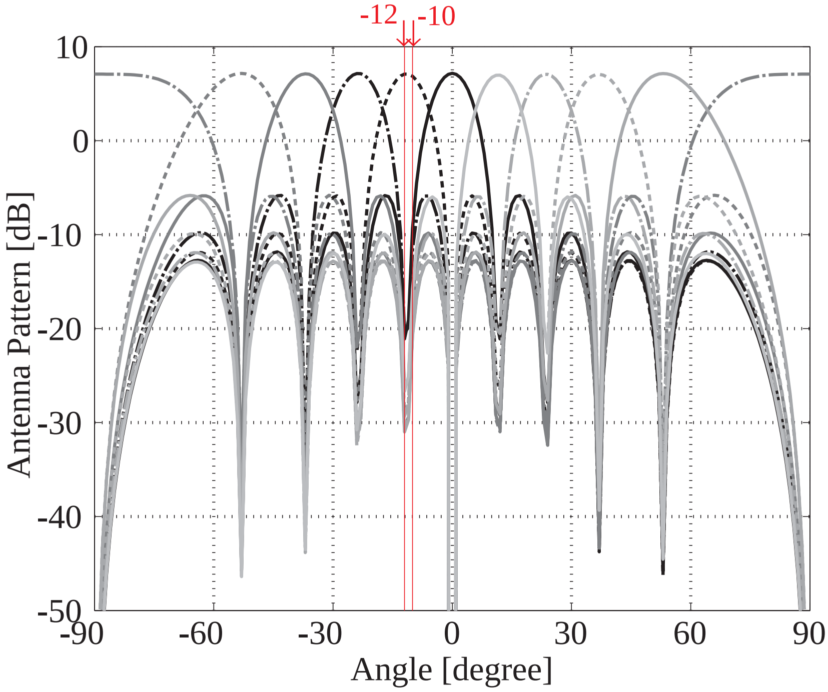


図 4.17: 選択マルチビームパターン (マルチビーム 10 本)

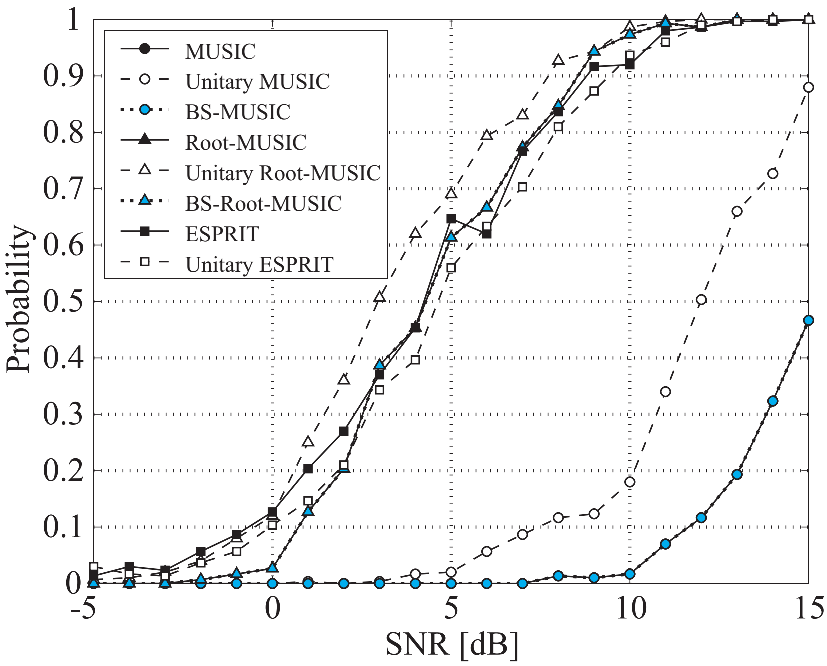


図 4.18: SNR 特性 (マルチビーム：10 本)

- 推定精度は，エレメントスペース方式のアルゴリズムと同様，正面方向から離れるにつれて精度は劣化する．
- 選択マルチビームで信号を受信する場合，マルチビームの中心ほど精度は高く，端部ほど精度は劣化する．また，ビームレベルの落ち込み部分においても精度が劣化する．
- 選択するビームの本数は同じでも，アレー素子数を増加させることで，演算量を増加させることなく精度を向上させることが可能である．
- ビーム形成によるSNR改善効果により，エレメントスペース方式のアルゴリズムでは分離推定出来ないような低SNR環境においても，分離推定が可能である．
- 選択するビームの本数 B は，$B \geq L+1$ をみたす最小の値，つまり $B = L+1$ に設定することによって最大の推定精度を得られる．
- 適した設定パラメータを選べば，推定精度に関しては，(ビームスペースアルゴリズム)≥(ユニタリアルゴリズム)≥(通常のアルゴリズム)がいえる．

4.3 演算量に関する検討

ここでは，ビームスペースアルゴリズムの演算量に関する検討を行う．

演算量については3.3節でも検討したが，この節では，より定性的な面から検討を行う．ただし，以下で扱う演算回数とは，演算内に含まれる加算と乗算の回数を足し合わせたもので，例えば，

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

のような実数行列の掛け算の場合，演算結果は

$$\begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

となるので，加算4回，乗算8回で演算回数は12回となる．

4.3.1 相関行列作成について

相関行列作成については，式(2.1)と式(2.8)より通常の相関行列 R_{xx} を求めるための演算回数を計算すると $4nM(M+1)$ 回である．また，ユニタリ相関行列 R_{yy} は，通常の

相関行列 R_{xx} をユニタリ変換して式 (2.94) のように求める方法 (方法 1) と，式 (2.92) と式 (2.93) のように入力ベクトルをユニタリ変換して求める方法 (方法 2) の二通りが考えられる．それぞれの演算回数を計算すると，方法 1 が $4nM(M+1)+4M^2(4M-1)$ 回であり，方法 2 が $2nM(6M+1)$ 回である．同様に，ビームスペース相関行列 R_{bs} にも通常の相関行列 R_{xx} をビームスペース変換して式 (4.6) のように求める方法 (方法 1) と，式 (4.4) と式 (4.5) から求める方法 (方法 2) の二通りがある．それぞれの演算回数を計算すると，方法 1 が $4nM(M+1)+2B(M+B)(4M-1)$ 回で，方法 2 が $2nB(4M+2B+1)$ 回である．ユニタリ相関行列作成における方法 1 と方法 2 の演算回数を比較すると，

$$
\begin{aligned}
&\{\text{方法 2 の演算回数} - \text{方法 1 の演算回数}\} \\
&\quad = 2nM(6M+1) - \{4nM(M+1)+4M^2(4M-1)\} \\
&\quad = 2M(4M-1)(n-2M)
\end{aligned}
\tag{4.14}
$$

M はアレー素子数であるから $M \geq 2$ が成り立つので，式 (4.14) が正となるのは $n > 2M$ のときである．つまり，スナップショット数がアレー素子数の 2 倍より大きいときには方法 1 の方が方法 2 より演算回数が少なく有効であるといえる．また，ビームスペース相関行列における方法 1 と方法 2 の演算回数はユニタリ相関行列の場合のように単純な不等式では表せないが，例えば $M=10, B=3, n=100$ のとき，方法 1 の演算回数は 47042 回，方法 2 の演算回数は 28200 回であり，この場合方法 2 が有効であるのに対して，$M=10, B=8, n=100$ のとき，方法 1 の演算回数は 55232 回，方法 2 の演算回数は 91200 回であり，この場合方法 1 が有効である，というようにパラメータによって方法 1 が有効な場合と方法 2 が有効な場合がある．このように，ユニタリ相関行列やビームスペース相関行列作成の演算コストはパラメータによって異なるので，各パラメータに応じて最適な構成法の検討が必要であることがわかる．一例として，ビームの本数を変化させた場合における，通常の相関行列作成の演算回数とユニタリ相関行列作成 (方法 1・方法 2) の演算回数及びビームスペース相関行列作成 (方法 1・方法 2) の演算回数を示すと，図 4.19 のようになる．図 4.19 より，ビームスペース相関行列作成において，B が大きくなると方法 1 と方法 2 の演算回数の大小関係が入れ替わり，$M=B$ でそれぞれユニタリ相関行列作成の場合の演算回数に一致しているのが分かる．

4.3.2 固有値展開について

次に，固有値展開の演算回数に関して考察する．本シミュレーションでは対称行列の固有値展開法としてハウスホルダー変換と QR 分解を用いており，それらの演算回数は行列の大きさを p とすると p^3 のオーダー (以後，$O(p^3)$ と表す．) であることが分かっている [17]．通常の相関行列 R_{xx} は $M \times M$ の複素対称行列であるので，固有値展開にかか

る演算回数は $p = 2M$ として [17]，$O(8M^3)$ である．また，これに対してユニタリ相関行列 R_{yy} は $M \times M$ の実数対称行列であるので，固有値展開にかかる演算回数は $p = M$ として [17]，$O(M^3)$ となる．更に，ビームスペース相関行列 R_{bs} は $B \times B$ の複素対称行列であるので，$p = 2B$ として $O(B^3)$ となる．よって，固有値展開に関する演算コストは，通常の相関行列の固有値展開と比較すると，ユニタリ相関行列の固有値展開の演算量は 1/8 に低減され，ビームスペース相関行列の固有値展開の演算量は $B^3/M^3(B = M$ で通常の相関行列の固有値展開の演算量と一致) に低減されていることが分かる．また，ビームスペース相関行列の固有値展開の演算コストは，ユニタリ相関行列の固有値展開の演算コストよりも $M \geq 2B$ のとき小さくなり，このとき演算コストの削減が実現できることが分かる．

4.3.3 MUSIC スペクトル演算について

MUSIC スペクトル演算に関しては，通常の MUSIC スペクトル演算は式 (2.19) のような複素演算であり，演算回数は $2s\{(4M+3)(M-L)-1\}$ 回となる．ただし，相関行列 R_{xx} はエルミート行列であるので上三角行列のみ計算し，下部分はその共役を取る．また，ユニタリ MUSIC のスペクトル演算は式 (2.103) で示したように実数演算であり，$s\{(2M+1)(M-L)-1\}$ 回となる．更に，ビームスペース MUSIC のスペクトル演算は，式 (4.9) で示され，$2s\{(4B+3)(B-L)-1\}$ 回となる．ただし，s はスペクトルサーチするポイント数 (サーチする角度範囲と刻み幅で決まる値) である．よって，MUSIC スペクトル演算に関する演算コストは，図 4.20 のように，ユニタリ MUSIC は実数演算による演算量低減が図れ，ビームスペース MUSIC はアレー素子数 M に依存する演算が選択マルチビームの本数 B に依存する演算となることで，演算量の低減がなされている．また，ビームスペース MUSIC スペクトル演算において，B が大きくなるとユニタリ MUSIC スペクトル演算との大小関係が入れ替わり，$M = B$ で通常の MUSIC スペクトル演算の場合の演算回数に一致しているのが分かる．以上のことから，MUSIC スペクトル演算においても，ビームスペースアルゴリズムはユニタリアルゴリズムよりも演算コストを削減することが可能である．

また，前章の 3.2 節において，Root-MUSIC は演算量がアレー素子数 M に依存するため自由度が少なく，量子化誤差の影響を受けやすいという特性を述べたが，ビームスペース方式を適用することによって，Root-MUSIC の演算量は選択マルチビームの本数 B に依存するようになる [13]．つまり，B を到来波数 L に応じてうまく選べば，到来波数に応じた自由度で効率よく演算が可能となる．これにより，3.2 節で述べたデメリットが解消出来るので，ビームスペース Root-MUSIC は有望なアルゴリズムであるとい

える．

表 4.4: 演算回数のまとめ

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th colspan="3">エレメントスペース方式</th><th>ビームスペース方式</th></tr>
<tr><th>通常</th><th colspan="2">ユニタリ</th><th>ビームスペース</th></tr>
<tr><td rowspan="2">相関行列作成</td><td rowspan="2">$4nM(M+1)$</td><td>方法 1</td><td>$4nM(M+1)$
$+4M^2(4M-1)$</td><td>$4nM(M+1)$
$+2B(M+B)(4M-1)$</td></tr>
<tr><td>方法 2</td><td>$2nM(6M+1)$</td><td>$2nB(4M+2B+1)$</td></tr>
<tr><td>固有値展開</td><td>$O(8M^3)$</td><td colspan="2">$O(M^3)$</td><td>$O(8B^3)$</td></tr>
<tr><td>MUSIC
スペクトル演算</td><td>$2s\{(4M+3)\cdot$
$(M-L)-1\}$</td><td colspan="2">$s\{(2M+1)(M-L)-1\}$</td><td>$2s\{(4B+3)(B-L)-1\}$</td></tr>
<tr><td>Root-MUSIC
多項式演算</td><td>$O((2M-2)^2)$</td><td colspan="2">$O((2M-2)^2)$</td><td>$O((2B-2)^2)$</td></tr>
</table>

4.3.4 まとめ

以上の演算回数をまとめたものが表 4.4 である．本節の検討から確認できたことを以下にまとめる．

- ユニタリ変換した相関行列や，フーリエ変換した相関行列を作成する場合，選択マルチビームの本数などのパラメータによって最適な構成法が異なる．
- ビームスペース方式を適用することで，相関行列の次元を M から B へ減少させることができるため，固有値展開の演算量の低減が可能である．特に，$M \geq 2B$ であれば，ユニタリアルゴリズムの固有値分解よりも演算量の低減が可能である．
- MUSIC スペクトム演算についても，ビームスペース方式を適用することで，演算量の低減が可能である．パラメータによって異なるが，ユニタリ MUSIC スペクトル演算よりも演算量を低減することも可能である．

以上のように，ビームスペース方式を適用することにより，更なる演算量の低減が実現される．また，これにより内部演算量子化誤差の影響の更なる減少も期待できる．

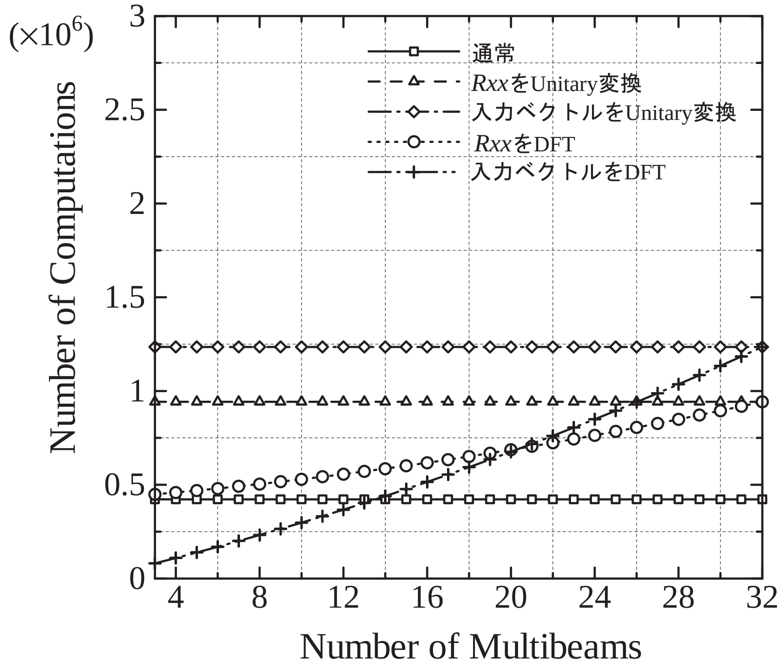


図 4.19: 選択マルチビームの本数 B を変化させたときの，相関行列作成の演算回数 ($M = 32, n = 100$)

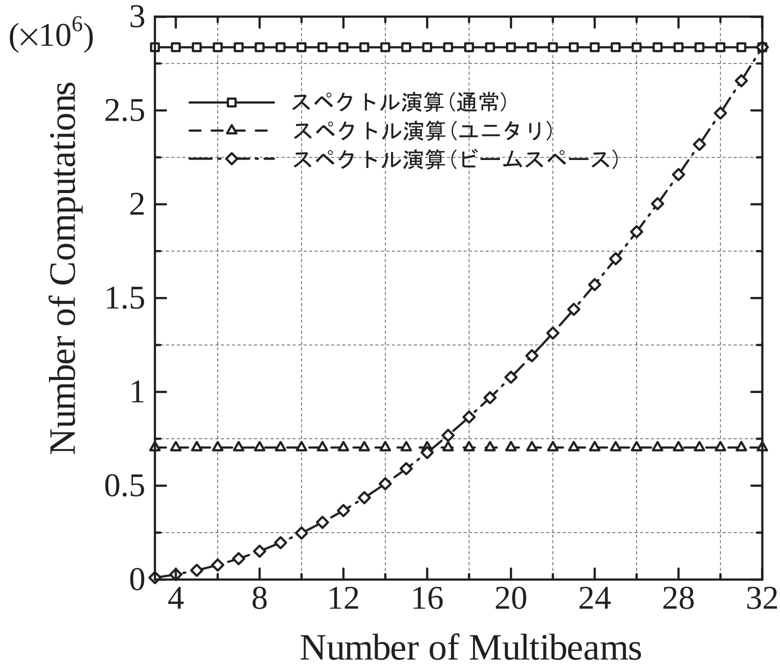


図 4.20: 選択マルチビームの本数 B を変化させたときの，MUSIC スペクトラム演算の演算回数 ($M = 32, L = 2, s = 361$：-90 度から 90 度の範囲を 0.5 度間隔でスペクトルサーチ)

第 5 章

結論

本研究では，代表的な 6 つの到来方向推定アルゴリズムの推定精度や演算量について，各アルゴリズムを同条件下で定量的に比較し，更に，DSP や FPGA などのデジタルデバイスに実装されることを考慮して，内部演算の量子化誤差も含めたシミュレーションを行い，アルゴリズムによる特性の違いを検討した．その結果，以下のことを確認した．

- ユニタリアルゴリズムは通常のアルゴリズムと比べても推定精度の面で遜色なく，特に相関波が到来する状況においては，通常のアルゴリズムよりも良い推定精度が得られる．更に，実数相関行列演算による演算量低減効果も得られる．また，これにより，量子化誤差の影響も抑えることが出来る．

- MUSIC や Unitary MUSIC などのスペクトルサーチを用いるアルゴリズムは，スペクトルを算出する際の角度インターバルによって推定精度に限界があり，更に MUSIC スペクトルの値域は非常に大きく，固定小数点演算においてはオーバフローを起こす可能性がある．

- Root-MUSIC と Unitary Root-MUSIC は，演算量がサブアレーの素子数に依存するため，演算量が到来波数に依存する ESPRIT などに比べ自由度が少なく，量子化誤差の影響を受けやすい．

よって，到来方向推定アルゴリズムを FPGA などの固定小数点演算のデジタルデバイスに実装する場合，Unitary ESPRIT が最も適していると考えることが出来る．

更に，到来方向推定にビームスペース方式を適用することによる性能向上の可能性について検討を行い，以下のことを確認し，ビームスペースアルゴリズム適用の有効性を示した．

- ビームスペースアルゴリズムは，前処理としてビーム形成を行うことにより入力信号の品質 (SNR) を向上させるため，通常のアルゴリズムやユニタリアルゴリズ

ムよりも推定精度を向上させることが可能である．

- ビームスペースアルゴリズムは，選択マルチビームの本数 B を $B = L + 1$ とすることで最も良い推定精度が得られる．また，$B(= L + 1)$ 一定の状態でアレー素子数を増加させれば演算量を増加させることなく推定精度を向上させることが可能である．

- ビームスペース方式を適用することで，到来波数に応じて選択マルチビームの本数を決定できるので，到来波数に応じた自由度で効率の良い演算が可能である．設定パラメータにも依存するが，通常のアルゴリズムやユニタリアルゴリズムより演算量を低減することが可能である．

以上の結果より，エレメントスペース方式のアルゴリズムを固定小数点演算で実装する場合においては，Unitary ESPRITが有効であるが，ビームスペース方式を適用した場合には，更なる性能の向上が見込まれる．したがって，今後はビームスペース方式のアルゴリズムについて，更なる検討が必要である．

謝辞

本研究を進めるにあたり，熱心に御指導下さった新井宏之教授に深く感謝致します.
また，研究生活すべての面でお世話になった市毛弘一講師に深く感謝致します.
最後に，アダプティブアレーアンテナなどについて丁寧に御指導して下さった金ミン錫先輩をはじめとする新井研究室の諸先輩方に深く感謝致します.

参考文献

[1] R. O. Schmidt: “Multiple emitter location and signal parameter estimation,” IEEE Trans. Antennas and Propagat., vol. 34, no. 3, pp. 276–280, March 1986.

[2] R. Roy, and T. Kailath: “ESPRIT–Estimation of signal parameters via rotation invariance techniques,” IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 37, no. 7, pp. 989–995, July 1989.

[3] B. D. Rao and K. V. S. Hari: “Performance Analysis of Root-MUSIC,” IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 37, no. 12, pp. 1939–1949, Dec. 1989.

[4] M. Pesavento, A. B. Gershman and M. Haardt: “Unitary Root-MUSIC with a Real-Valued Eigen decomposition,” IEEE Trans. Signal Processing, vol. 48, no. 5, pp. 1306–1314, May 2000.

[5] M. Haardt and J. A. Nossek: “Unitary ESPRIT: How to Obtain Increased Estimation Accuracy with a Reduced Computational Burden,” IEEE Trans. Signal Processing, vol. 43, No. 5, pp. 1232–1242, May 1995.

[6] R. T. Williams, S. Prasad, A. K. Mahalanabis, and L. H. Sibul: “An Improved Spatial Smoothing Technique for Bearing Estimation in a Multipath Environment,” IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 36, no. 4, pp. 425–431, April 1988.

[7] M. Haardt: “Structured Least Squares to Improve the Performance of ESPRIT-Type Algorithms,” IEEE Trans. Signal Processing, vol. 45, no. 3, pp. 792–799, March 1997.

[8] K. Ichige, M. Shinagawa, H. Arai: “A Fast Algebraic Approach to the Eigenproblems of Correlation Matrices in DOA Estimation,” IEICE Trans. Communications, vol. E86–B, no. 2, Feb. 2003. (in press)

[9] M. Shinozawa and Y. Karasawa: “Effect of Errors due to Quantization and Clipping in Analog-to-Digital Conversion on Array Antenna Performance,” IEICE Tech. Report, SR00-13, pp. 1–8, July 2000.

[10] M.S. Kim, K. Ichige and H. Arai: “FPGA-Based DSP Implementation of Simple MRC Digital Beamforming Antenna,” IEICE Tech. Report, AP2001-49, pp. 7–12, July 2001.

[11] M.S. Kim, K. Ichige and H. Arai: “Design of Jacobi EVD Processor based on CORDIC for DOA Estimation with MUSIC algorithm,” IEICE Trans. Communications, vol. E85–B, no. 12, pp. 2648–2655, Dec. 2002.

[12] M. Shinagawa, K. Ichige and H. Arai: “Performance Evaluation of DOA Estimation Algorithms in Digital Implementation,” IEICE Tech. Report, SST2001-72, pp. 71–76, March 2002.

[13] M. D. Zoltowski, M. Kauts, and S. D. Silverstein: “Beamspace Root-MUSIC,” IEEE Trans. Signal Processing, vol. 41, no. 1, pp. 344–364, Jan. 1993.

[14] G. Xu, S. D. Silverstein, R. H. Roy, and T. Kailath: “Beamspace ESPRIT,” IEEE Trans. Signal Processing, vol. 42, no. 2, pp. 349–356, Feb. 1994.

[15] K. M. Buckley, X. L. Xu: “Spatial-Spectrum Estimation in a Location Sector,” IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 38, no. 11, pp. 1842–1852, Nov. 1990.

[16] 菊間信良: “アレーアンテナによる適応信号処理,” 科学技術出版, 2001.

[17] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery: Numerical Recipes in C: 2nd ed., Cambridge Univ. Press, 1992.

[18] 唐沢，千葉，田野，関口，田中，三浦：“広帯域ワイヤレス通信のソフトウェアアンテナ技術,” トリケップス, 1999.

発表文献

［1］市毛弘一，品川仁，新井宏之："An Algebraic Approach for Deriving Eigenvalues and Eigenvectors of Correlation Matrices toward the fast DOA Estimation"，信学技報，AP-2001-65，2001 年 8 月.

［2］品川仁，市毛弘一，新井宏之："各種 DOA アルゴリズム実装における特性の比較検証"，信学総大，B-1-19，2002 年 3 月.

［3］品川仁，市毛弘一，新井宏之："各種 DOA アルゴリズム実装における特性の比較検証"，信学技報，SST-2001-72，2002 年 3 月.

［4］M. Shinagawa, K. Ichige and H. Arai: "Performance Evaluation of DOA Estimation Algorithms in Digital Implementation", Proc. URSI General Assembly, no. C2.P3, Maastricht, The Netherlands, Aug. 2002.

［5］K. Ichige, M. Shinagawa and H. Arai: "An Algebraic Approach to Eigenproblems toward Fast DOA Estimation", Proc. URSI General Assembly, no. C2.P5, Maastricht, The Netherlands, Aug. 2002.

［6］K. Ichige, M. Shinagawa, H. Arai: "A Fast Algebraic Approach to the Eigenproblems of Correlation Matrices in DOA Estimation," IEICE Trans. Communications, vol. E86–B, no. 2, Feb. 2003. (in press)

［7］M. Shinagawa, K. Ichige and H. Arai: "Accuracy and Computational Complexity of DOA Estimation Algorithms with Beamspace Transformation", 移動通信ワークショップ, March 2003. (発表予定)