

# 卒業論文

## アンダーサンプリングにおける ADCのジッタ雑音に関する研究

指導教官 新井 宏之 教授

平成16年2月27日提出

0044047 清野 愛子

# 要約

無線通信における受信機的设计には従来アナログ技術が主に用いられてきたが、受信機のアナログ部分を軽減し、柔軟なものにするためにデジタル技術を用いることが求められている。

アンダーサンプリングとはナイキスト周波数よりも低いサンプリング周波数でサンプリングしても元の信号が復元できる手法であり、この手法を用いれば IF 信号を直接サンプリングしてベースバンド信号にダウンコンバートすることができる。しかし、高い周波数域においてはクロックのジッタ雑音による SNR(Signal to noise ratio) 劣化のために ADC(Analog to digital converter) のダイナミックレンジが制限されるという問題がある。今までに正弦波入力の場合については検討がなされているが、変調信号の入力については考えられていない。そこで本論文では特定のサンプリング周波数における ADC への入力信号周波数とジッタとの関係を変調信号入力の場合についても検討した。

はじめに、2種類の発振器を用いてアンダーサンプリングと DDC(Digital down convert) の条件を満たすような周波数を持つ正弦波をサンプリングしたときの位相の変動を測定し、2種類の発振器のクロックジッタの実効値を求めた。次に、ジッタ雑音と量子化雑音とを比較することによりジッタ雑音が影響してくる ADC への入力周波数を求めた。また正弦波をアンダーサンプリングしたときのクロックジッタ雑音による SNR 劣化について理論的に考察し、入力周波数と ADC の SNR の関係を計算により求めた。実際に周波数を変化させた正弦波を先にジッタの値を測定した 2種類の発振器を用いて一定のサンプリング周波数 40MHz でサンプリングし SNR を測定した結果から、理論が正しいことを確認した。

最後に、変調波信号をアンダーサンプリングしたときのクロックジッタの影響について検討した。はじめにクロックジッタがサンプリングされた信号の位相に関係してくることを理論的に考察し、QPSK 信号の変復調のシミュレーションを行ってコンステレーションパターンを確認した。また実際に、アンダーサンプリングと DDC の条件を満たすような周波数と帯域を持つ QPSK 信号を先にジッタの値を測定した発振器を用いて一定のサンプリング周波数 40MHz でサンプリングし、得られたデータを復調した。このときの位相変動を求めて、シミュレーション結果が正しいことを確認した。以上の結果より、ジッタが 25ps のクロックを用いると 330MHz までの信号を入力することができることがわかった。

# 目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究背景と目的	1
1.2	帯域制限された信号のサンプリング	3
第 2 章	ADC の SNR 劣化	7
2.1	アンダーサンプリング	7
2.1.1	アンダーサンプリングの適用条件	7
2.1.2	アンダーサンプリング後のスペクトル	8
2.2	ジッタ雑音による ADC の SNR 劣化	11
2.2.1	クロックジッタ	11
2.2.2	ジッタ雑音	11
2.2.3	量子化雑音とジッタ雑音	12
2.2.4	ADC の SNR 計算	14
2.3	ADC の SNR 測定	17
2.3.1	ジッタによる位相変動	17
2.3.2	ジッタの測定	20
2.3.3	ADC の SNR 測定結果	22
第 3 章	変調信号のアンダーサンプリング	24
3.1	IF サンプリングを用いた変復調シミュレーション	24
3.1.1	シミュレーション方法	24
3.1.2	コンステレーションパターン	26
3.1.3	位相変動特性, EVM 特性	28
3.2	変調信号実験	30
3.2.1	測定方法	30
3.2.2	コンステレーションパターン	31
3.2.3	位相変動特性と EVM 特性	35
3.2.4	まとめ	37

3.3 電波伝播を考慮したシミュレーション . . . . .	38
第4章 結論	41
謝辞	42
参考文献	43

# 第 1 章

## 序論

### 1.1 研究背景と目的

近年，サンプル&ホールドアンプを内蔵した広帯域で高速なサンプリング A/D 変換機が普及している．これに伴い「入力信号の最高周波数の少なくとも 2 倍の周波数でサンプリングすれば得られたサンプルデータから元の信号を再現できる」サンプリング定理で要求されているサンプリング周波数以下の周波数でサンプリングするアンダーサンプリングと呼ばれる手法が広く用いられるようになってきている．この方式は，バンドパスサンプリング，ダイレクト IF (Intermediate Frequency) サンプリング，などの名称で呼ばれている．

通常アンダーサンプリングを行うと，折り返し周波数成分が重なり合い，元の信号を再現できなくなる．しかし，取り扱う信号が帯域制限されている場合は，サンプリング周波数，入力信号帯域幅，入力信号の最高周波数を適切に選択することによって，折り返し周波数成分の重なりを防ぐことができる．これにより，高周波キャリア信号に変調された信号をミキサを用いることなく低周波領域にシフトすることができる．

無線通信において実現が望まれているソフトウェア無線機では，IF 周波数を直接アンダーサンプリングすることによりダウンコンバートしてベースバンド成分を取り出すような受信機が提案されており，この受信機は従来の IF 信号をミキサを用いてダウンコンバートするスーパーヘテロダイン方式のものに較べて回路のアナログ部分が軽減される．

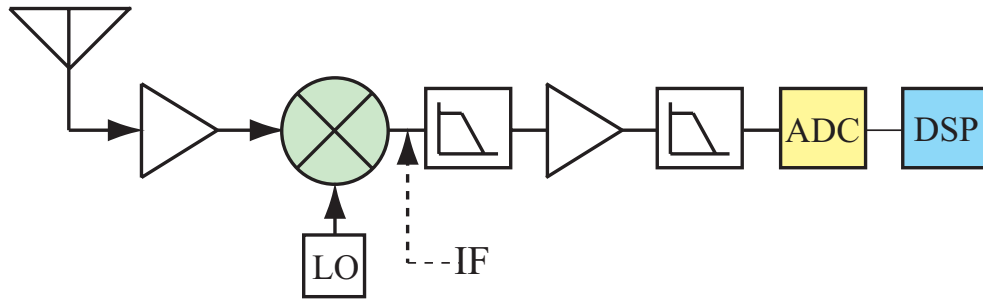


図 1.1: IF ダウンコンバージョン受信機

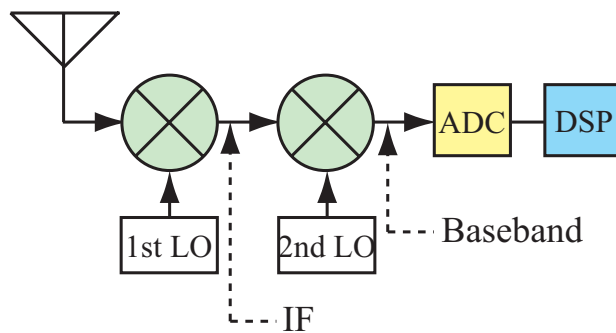


図 1.2: スーパーヘテロダイン受信機

しかし、このように IF 信号をアンダーサンプリングする場合には、ナイキストサンプリングをする場合よりもサンプリングタイミングの揺らぎ (ジッタ) による雑音や位相変動の影響が大きいと考えられる。現在までに正弦波のアンダーサンプリングにおいてジッタ雑音の影響による入力周波数の制限については検討されているが、変調信号のアンダーサンプリングの場合について考えられていない。そこで本研究では変調信号をアンダーサンプリングするときの入力信号の最高周波数の制限についても検討を行った。

## 1.2 帯域制限された信号のサンプリング

$f_L, f_u$  間に帯域を持ち, 帯域幅が  $f_u - f_L > B$  であるような信号を図 1.3 に示した. サンプルレートの  $f_s$  Hz である. この信号の正の周波数領域における帯域は  $(f_L, f_u)$  で表せる. このときこの信号の最高周波数  $f_u$  は帯域幅  $B$  の実数倍として表すことができる. これを信号のバンドポジションというすると, バンドポジションには  $f_u$  が  $B$  の整数倍であるときと整数倍ではないときの 2 つの場合が考えられる.

$$\begin{aligned} f_L &= c(f_u - f_L) \\ c &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

のようにバンドポジションを表すとして,  $c = 0$  のときは信号の最高周波数が  $B$  であり最低周波数成分は 0 であるということになる. 図 1.4 は整数倍のバンドポジションであるときの図で  $c = 3$  のときを表している. 図 1.5 は整数倍でないときのバンドポジションで  $c = 2$  のときである.

もうひとつの特別なバンドポジションは  $F_L = ((2c + 1)/2)(F_u - F_L)$  のような整数倍ではないときのポジションである. 図 1.5 は, この整数倍ではないのバンドポジションの  $c = 2$  の場合を示している. この 2 つのバンドポジションはエリアシングの様子を説明するのにとても有効であり,  $c > 0$  であるような信号を  $c = 0$  となるような信号にサンプリングによってシフトできるという点において重要である.

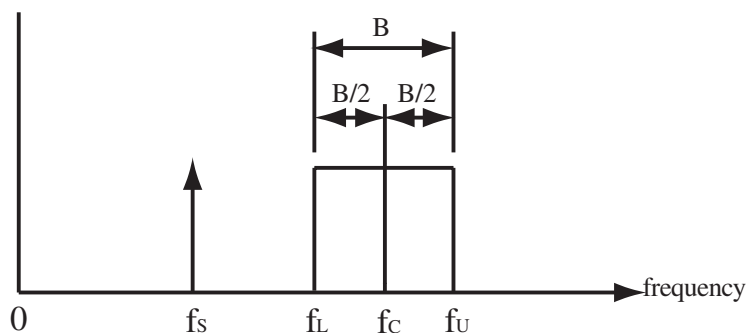


図 1.3: アナログ信号の正周波数域スペクトル

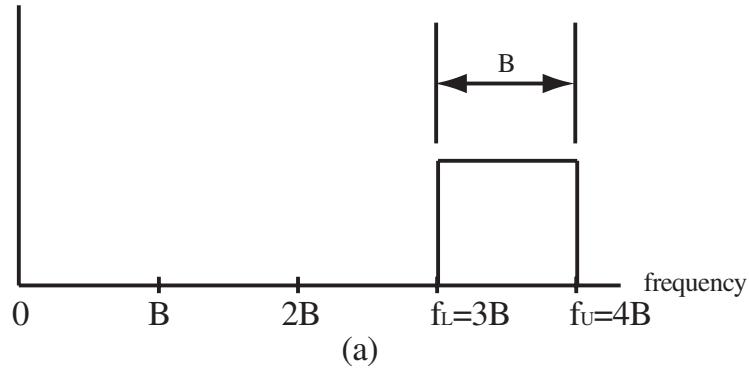


図 1.4:  $c=3$  のときのバンドポジション

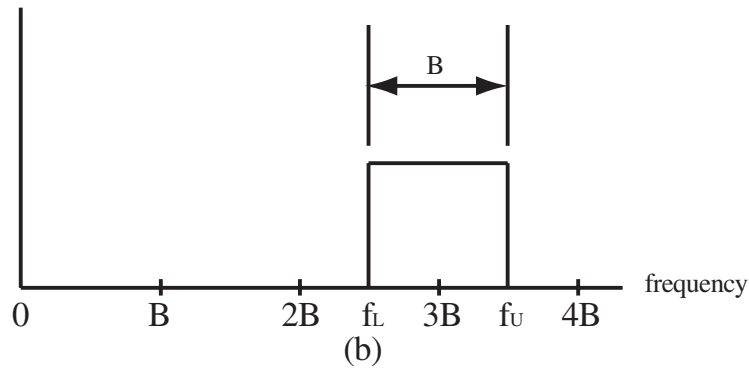


図 1.5:  $c=3$  のときの整数倍ではないバンドポジション

帯域制限された信号のサンプリングにおいてはサンプリングレートが最低  $f_s = F_u/n$  で元の信号が再現できると考えられているが、バンドポジションによってはこの最低サンプリング周波数は誤りである場合がある。  $n$  は  $n = I_g[f_u/B]$  で表される整数であり上で述べた  $c$  の値と同じである。

図 1.6 は帯域制限された信号の帯域幅による最低サンプリング周波数をあらわしている。サンプリング定理の理論的な最低サンプリング周波数  $F_s = 2B$  は整数倍のバンドポジションにおいてのみ有効な値であることがわかる。斜めの線は帯域が実数倍のバンドポジションにない場合に必要とされる最低のサンプリングレートを表している。

バンドポジションを独立させることを考えるために平均レートの形で最低サンプリングレートを示すというような 2 次サンプリング理論というものがある。この技術は 2 つの交互に配置された折り返し成分のサンプリングが行われるという点において 2 次式である。それぞれの式は、 $1/B[s]$  でサンプリングする、というようにレート  $B$  の式であり、式の間隔は  $k[s]$  によってなされている。  $B \leq (f_L, f_u)$  に帯域制限された信号  $f(t)$  を考えるとすると、



補間式は ,

$$f(t) = \sum_{\rho} [f(\frac{\rho}{B})S(t - \frac{\rho}{B}) + f(\frac{\rho}{B} + k)S(-t + \frac{\rho}{B} + k)] \quad (1.2)$$

によって与えられる .  $\rho$  はサンプリング点数指数である . また補間式は ,

$$S(t) = S_0(t) + S_1(t) \quad (1.3)$$

$$S_0(t) = \frac{\cos[2\pi(rB - f_L)t - r\pi Bk] - \cos[2\pi f_L t - r\pi Bk]}{2\pi Bt \sin(r+1)\pi Bk} \quad (1.4)$$

$$S_1(t) = \frac{\cos[2\pi(f_L + B)t - (r+1)\pi Bk] - \cos[2\pi(rB - f_L)t - (r+1)\pi Bk]}{2\pi Bt \sin(r+1)\pi Bk} \quad (1.5)$$

と与えられる .  $r$  はバンドポジションによる整数であり次のようなものである .

$$\frac{2f_L}{B} \leq r < \frac{2f_L}{B} + 1 \quad (1.6)$$

右辺は中心周波数  $f_c$  で次のようにあらわされる .

$$\frac{2f_L}{B} + 1 \leq \frac{f_L + f_U}{B} < \frac{2f_C}{B} \quad (1.7)$$

この補完式は

$$S(0) = 1 \quad (1.8)$$

$$S(\frac{\rho}{B}) = 0, (\rho \neq 0) \quad (1.9)$$

$$S(\frac{\rho}{B} + k) = 0 \quad (1.10)$$

という特徴があり , 常にひとつ以上の極を持っている .

式 1.6 が成り立つときは  $S_0(t)$  は 0 であり ,  $kBr \neq 0, 1, 2, \dots$  の制限で  $k$  は動かされる .

式 1.6 が成り立つ場合は補完式のはじめの区間は  $s_0(t) = 0$  であり , 制限は  $kBr = 0$  で  $k$  は 1, 2, と動かされる . この場合は整数倍の場合のバンドポジション ( $r = 2f_L/B$ ) と整数倍ではないバンドポジション ( $r > 2f_L$ ) の両方を表している . このような条件のために  $-f_L$  と  $f_L$  の間には帯域幅の  $r$  倍の間があるということになる . すなわちスペクトルが重なり合うことはないということである .

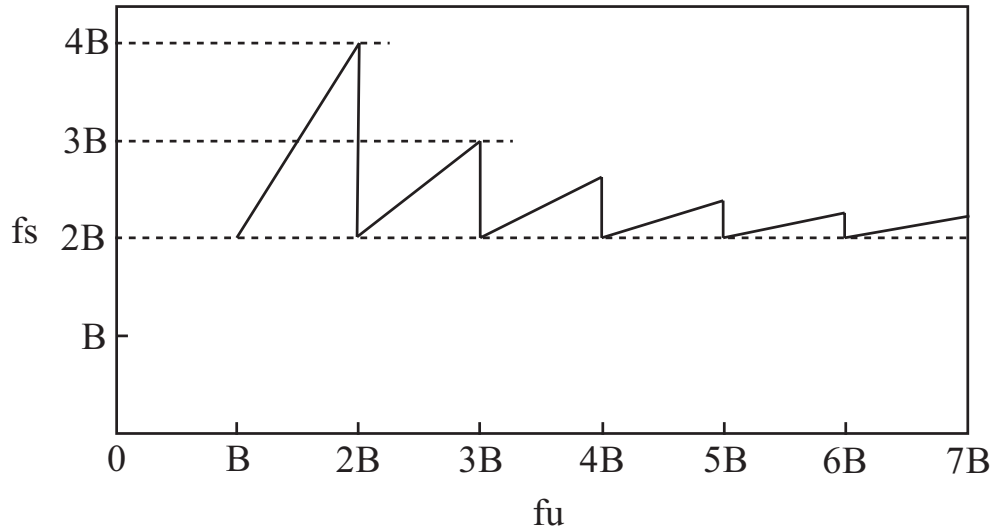


図 1.6: 帯域幅  $B$  による最低サンプリング周波数

サンプリングされた信号のスペクトルは周期的であり、どんなときでも帯域のある信号はサンプリングされることによりベースバンド信号に再現される。このことはサンプリングによって信号が低周波域にシフトさせられるということであり、アナログミキサの役割を果たすことになる。このことによりミキサ部での SNR(signal to noise ratio) 劣化を防ぐことができると考えられる。たとえ理想的なアンチエイリアシングのフィルタを用いたとしても SNR はエイリアシングによる全スペクトルからの対フィルタ熱雑音の影響を受けてしまうが、この SNR の劣化は今日まで検討されていたような大きなものではないとされている。

## 第 2 章

# ADC の SNR 劣化

本章では、はじめにアンダーサンプリングの基本的な概念を説明し、次にアンダーサンプリング後のデジタル信号処理について説明する。

## 2.1 アンダーサンプリング

### 2.1.1 アンダーサンプリングの適用条件

1.1 で述べたようにアンダーサンプリング可能なサンプリング周波数とその帯域幅との関係は次のように書くことができる。

$$\frac{2f_u}{n} \leq f_s \leq \frac{2f_L}{n-1} \quad (2.1)$$

ここで  $n$  は式 2.2 によって与えられる整数である。

$$2 \leq n \leq I_g\left[\frac{f_u}{B}\right] \quad (2.2)$$

式 2.1 を満たすということは帯域は  $(f_L, f_u)$  の間に必ずあるということである。  $f = f_L$  または  $f = f_u$  にある周波数の成分はエリアシングを起こすからである。式 2.1, 式 2.2 をグラフにしたものが図 2.1 である。  $B$  によって正規化されたサンプリング周波数が縦軸であり、横軸はバンドポジション  $f_u/B$  を表している。  $V$  字の内側はエリアシングを起こさずにサンプリングすることができるゾーンであり、色がついている部分は従来のサンプリングレートを用いるとエリアシングをおこす部分である。  $f_s > 2f_u$  の低い帯域の場合は  $n = 1$  で与えられ、図 2.1 の左の大きな  $V$  字に一致する。

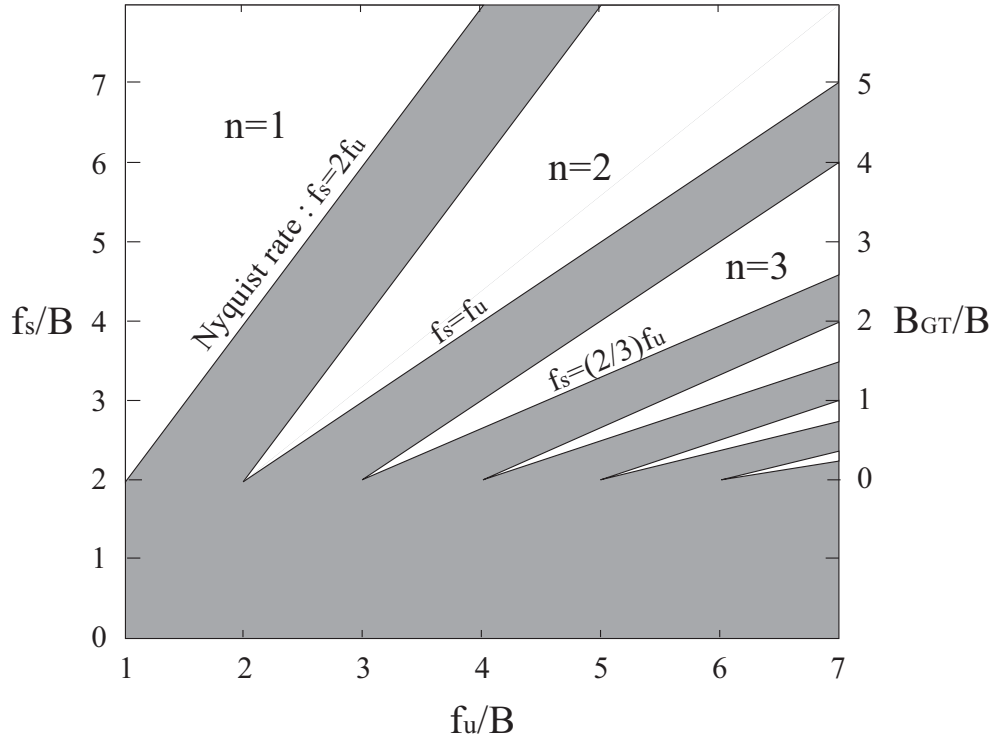


図 2.1: アンダーサンプリングの適用条件

### 2.1.2 アンダーサンプリング後のスペクトル

アナログ信号  $s(t)$  を面積が  $s(nT_s)$  に等しいような理想的なサンプルパルス列でサンプリングしたとき信号  $s_s(t)$  は,

$$s_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT_s)\sigma(t - nT_s) \quad (2.3)$$

と表される。図 2.2 はさらにこれを  $2^n$  に量子化して ADC 出力としたときの図である。

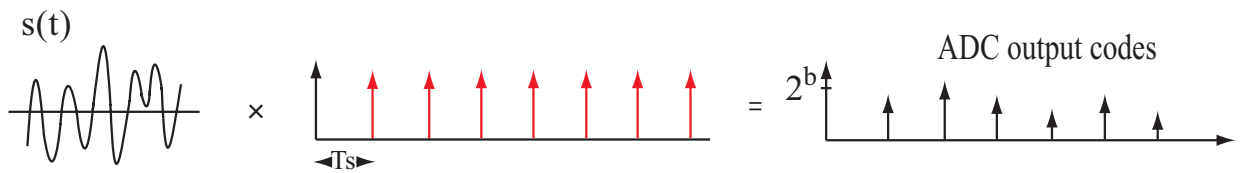


図 2.2: アナログ信号のサンプリング

さらにこの  $s_s(t)$  をフーリエ変換すると,

$$S_s(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT_s)e^{-jn\omega T_s} \quad (2.4)$$

となる．これは  $\omega_0 = 2\pi T_s$  を周期とする  $\omega$  の周期関数のフーリエ級数表示であり， $f(nT)$  はそのフーリエ係数である．したがって，

$$s(nT) = \frac{T_s}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{\frac{\pi}{T_s}} S(j\omega) e^{jn\omega T_s} d\omega \quad (2.5)$$

となる．一方  $s(t)$  のフーリエ変換を  $S(j\omega)$  とすると，

$$\begin{aligned} s(nT) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) e^{jn\omega T_s} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{\frac{\pi}{T_s}} S(j\omega) e^{jn\omega T_s} d\omega \end{aligned} \quad (2.6)$$

式 2.5 と式 2.6 を比較して

$$S(nT_s) = \frac{1}{T_s} S(j\omega) \quad (2.7)$$

$$-\frac{\pi}{T_s} < \omega < \frac{\pi}{T_s} \quad (2.8)$$

となる．すなわち， $\frac{1}{T_s} S(j\omega)$  なるスペクトルが， $\frac{2\pi}{T_s}$  なる  $\omega$  の周期で繰り返すと考えられる．図 2.3(b) はアンダーサンプリング後のスペクトルであり，このスペクトルは図 2.3(a) に示されるようなナイキスト周波数でオーバーサンプリングした場合のスペクトルと一致している．また，図 2.4 は， $2f_s = B$  のときのスペクトルであり，これより帯域が広い信号 ( $2f_s < B$ ) のときは隣合うの折り返し成分と重なり合ってしまうことがわかる．

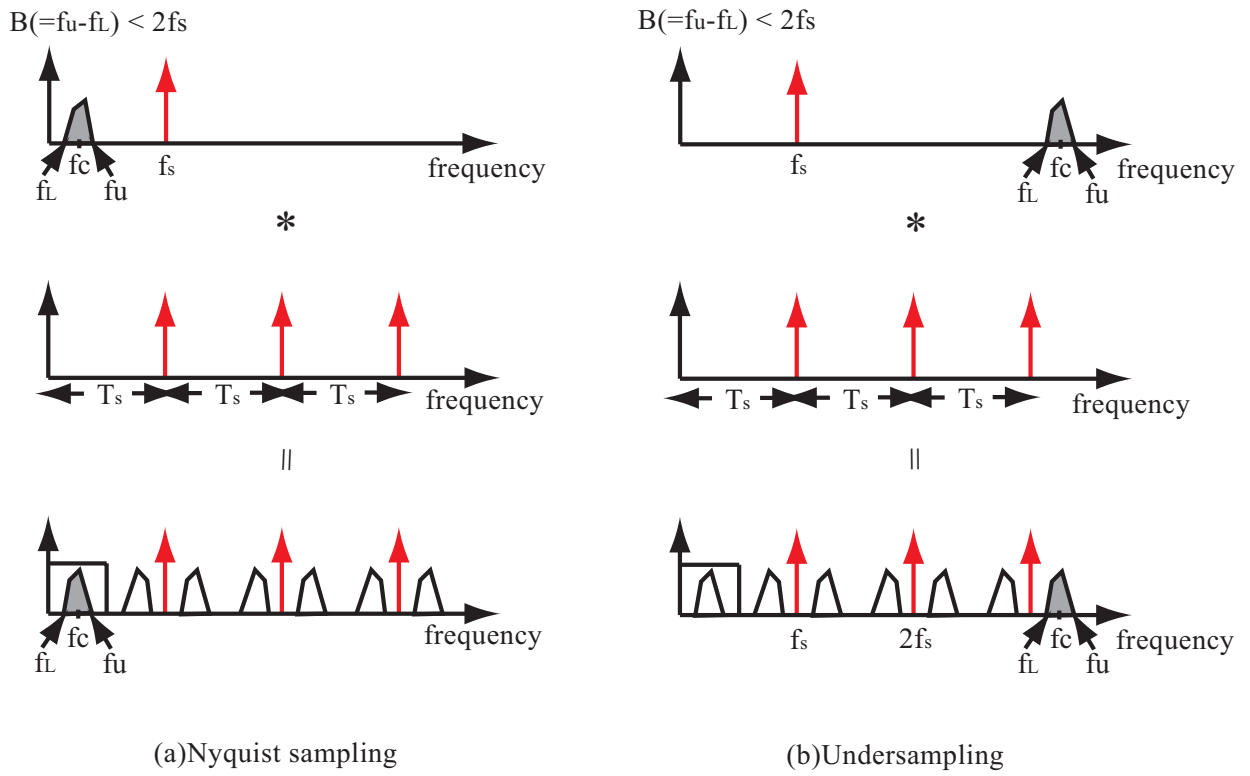


図 2.3: サンプル後のスペクトル

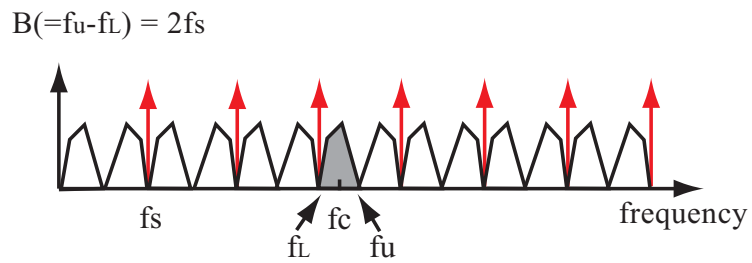


図 2.4: 最低サンプリング周波数でサンプリングしたときのスペクトル

## 2.2 ジッタ雑音による ADC の SNR 劣化

本節では実際にアンダーサンプリングを行う場合に問題となってくるジッタ雑音について検討をおこなう。

### 2.2.1 クロックジッタ

クロックジッタとは図 2.5 に示されるようにクロックの立ち上がり，立ち下がり時間のばらつきのことであり，このクロックの誤差により本来サンプリングされるべき点からずれた点をサンプリングしてしまうことになる．このサンプリング点のずれがサンプリングされたデジタル信号の振幅，位相に影響を与える．このクロックジッタの影響によって生じる雑音をジッタ雑音と呼んでいる．

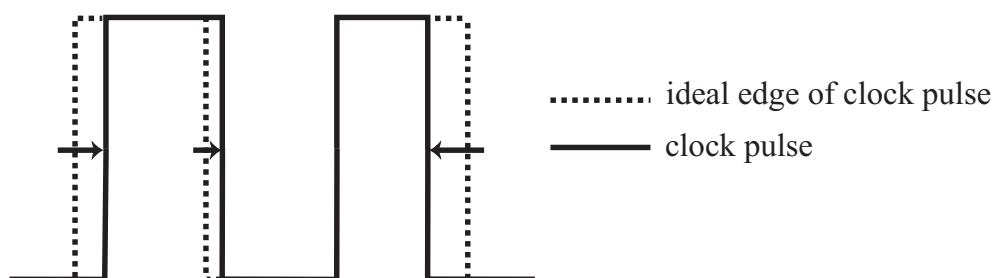


図 2.5: クロックジッタ

### 2.2.2 ジッタ雑音

図のように信号  $s(t)$  を  $s(t)$  の周波数と同じサンプリング周波数  $f$  を用いてサンプリングする場合について考える．仮にクロックのジッタがないとすると ADC(analog to digital converter) の出力は常に一定値になるはずであるが，実際にはクロックが  $\Delta t$  だけずれるため ADC の出力にも  $\Delta V$  のずれが生じる．この振幅誤差  $\Delta V$  は，

$$\Delta V = \frac{ds(t)}{dt} \times \Delta t \quad (2.9)$$

と計算できる．これより  $s(t)$  の周波数が高くなるにつれて振幅誤差  $\Delta V$  が大きくなっていく，すなわちジッタ雑音が大きくなっていくと考えられ，低周波数信号のサンプリングでは問題にならなかったクロックジッタが，高周波信号をサンプリングするときには非常に重要な問題となることがわかる．

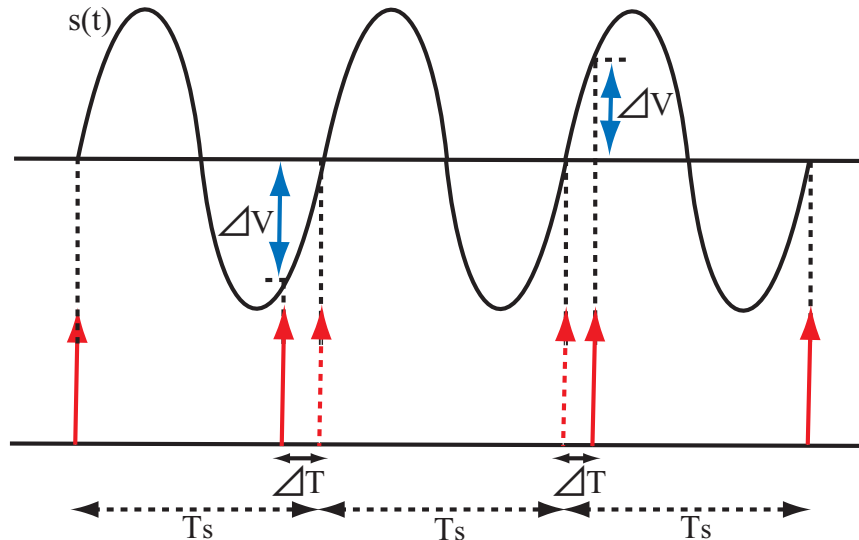


図 2.6: 振幅誤差  $V$

### 2.2.3 量子化雑音とジッタ雑音

振幅誤差による雑音が ADC で量子化されるときに生じる量子化誤差による量子化雑音よりも小さいときには、ADC の雑音にはほとんど影響を及ぼさないと考えられるが、ADC への入力信号の周波数が大きくなるにつれてジッタ雑音が ADC の信号と雑音の比 SNR (signal to noise ratio) を支配することになる。

SNR は次式のように計算される信号と雑音の比を dB で表示したものである。

$$SNR = 10 \log(PS/PN)$$

ただし、 $PN$ : 雑音電力 [ W ],  $PS$ : 信号電力 [ W ] である。

フルスケールの正弦波  $s(t)$  を ADC に入力に対する  $SN_j R$  (rms-signal-to-rms-jitter noise ratio) は、

$$s(t) = A \sin(2\pi f_i t) \quad (2.10)$$

$$\frac{ds(t)}{dt} = 2\pi f_i \cos(2\pi f_i t) \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} SN_j R &= 20 \log_{10} \left( \frac{\overline{A}}{2A\pi\sigma_j f} \right) \\ &= 20 \log_{10} \left( \frac{1}{2\pi\sigma_j f} \right) [dB] \end{aligned} \quad (2.12)$$

と求められる。図 2.7 フルスケールというのは ADC の分解能を最大に使うような振幅を持つ信号であり、 $\sigma_j$  はジッタの実効値 (rms:root mean square) である。



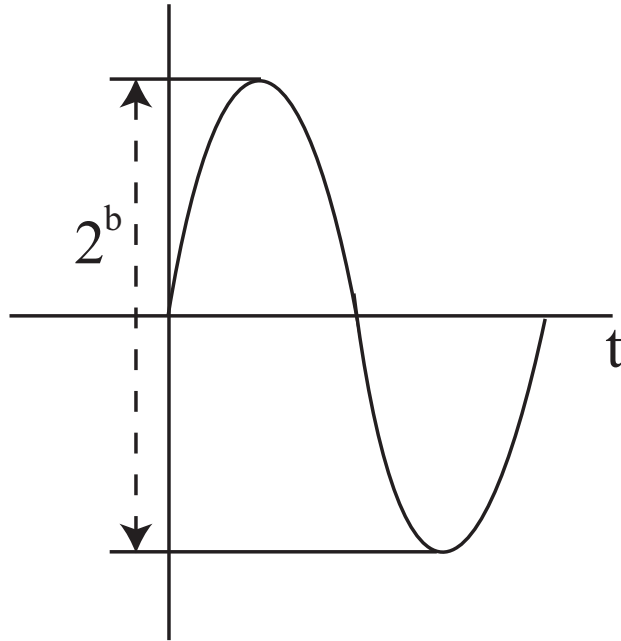


図 2.7: フルスケールの正弦波

一方理想的な ADC の SNR , すなわち信号対量子化雑音比は次のように求められることが知られている .

$$SNR = 6.02b + 1.76[dB] \quad (2.13)$$

ここで  $b$  はビット数である .

式 2.12 と式 2.13 をグラフにしたものが図 2.8 である . これよりジッタの実効値が  $25\text{ps}$  のときは  $13\text{MHz}$  , ジッタの 2 乗平均平方根が  $100\text{ps}$  のときは  $300\text{kHz}$  程度の入力信号周波数でジッタ雑音が量子化雑音よりも大きくなり , ジッタの影響を考慮しなければならなくなることがわかる .

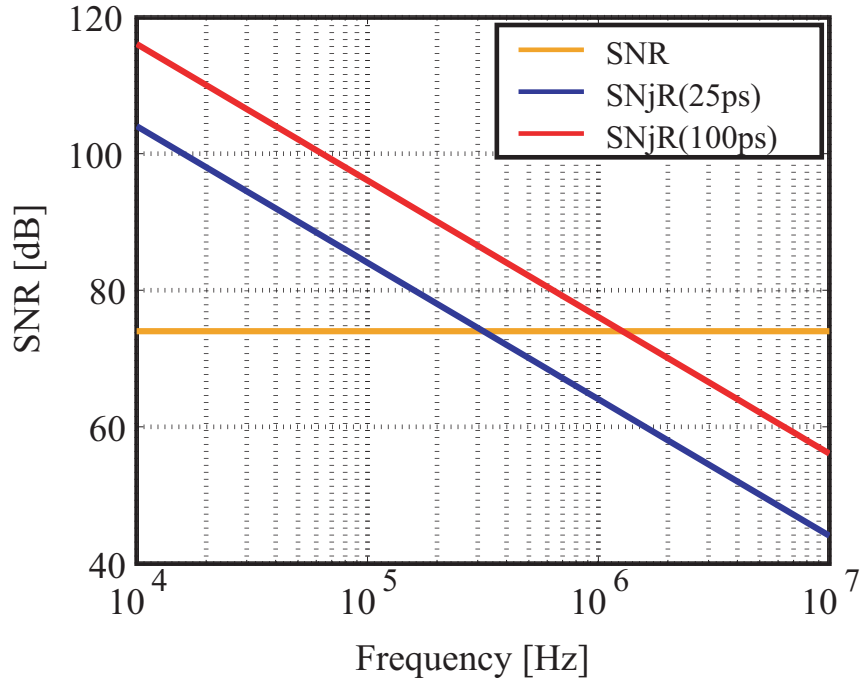


図 2.8: 量子化雑音とジッタ雑音の比較

## 2.2.4 ADC の SNR 計算

ジッタ雑音により ADC の SNR がどの程度劣化するのかを理論的に検討した．入力信号を，式 2.10 とすると，時刻  $t_s$  でのサンプル点における傾きは式 2.11 より，

$$\left. \frac{ds(t)}{dt} \right|_{t=t_s} = 2\pi f_i \cos(2\pi f_i t_s) \quad (2.14)$$

この入力信号の周期に対して十分小さなジッタ  $t_j$  が発生し，そのときの電圧誤差を  $\Delta V$  とすると式 2.9 から

$$\Delta V = t_j 2\pi f \cos(2\pi f_i t_s) \quad (2.15)$$

と書ける． $t_j$  は実効値  $\sigma_j$  の正規分布であるとする．クロックジッタにより発生する雑音電力  $N_j$  は，

$$\begin{aligned} N_j &= \frac{\overline{\Delta V^2}}{2} \\ &= \overline{t_j^2} \times \overline{[s\pi f_i A \cos(2\pi f_i t_s)]^2} \\ &= 2\pi^2 A^2 f_i^2 \sigma_j^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

となる．

ADCのSNRはジッタ雑音電力  $N_j$  , 微分非線形雑音電力  $N_D$  , 熱雑音電力の実効値  $N_{thrms}$  から以下のように計算できる .

$$SNR = 10 \log_{10} \left[ \frac{A^2/2}{N_j + N_D + N_{thrms}} \right] \quad (2.17)$$

$$ENOB = \frac{SNR - 1.76}{6.02} \quad (2.18)$$

$N_D$  は , 入力信号周波数  $f_i$  にはよらない値である . 微分非線形性雑音 (DNL:differential non-linearity error) とは , 実際のステップの高さと理想的な 1LSB(Least significant bit) との値の差で , 一般的に標準偏差で与えられている . また  $N_{th}$  は

$$N_{thrms} = \frac{\left( \frac{10^{-SNR/20}}{\sqrt{4FS}} \sqrt{f_i} \right)^2}{2} \quad (2.19)$$

のように計算することができ , どちらも使用する ADC の仕様によるものである . ENOB(effective number of bits) 有効ビット数は , 実際の ADC において量子化雑音以外に発生する雑音を考慮した出力結果をビット数で表した性能の単位で ADC の SNR から直接計算できる .

図 2.9 に  $\sigma_j = 25ps$  および  $150ps$  のクロックを使用しフルスケールから約 1dB 落とした正弦波を ADC の入力した場合の SNR , ENOB の計算結果を示す .  $\delta_j$  が 25ps のクロックを入れた場合には ENOB を 10bit 確保するためには入力信号周波数は 5MHz までしかあげられないという計算結果となった . 計算に用いた ADC の仕様は表 2.1 のようになっている . 本研究においては全ての計算 , 実験等においてはこの AD9430 を使用した .

表 2.1: ADC の仕様:AD9430 Analog Device

	AD9430
分解能	12bit
微分非線形性雑音 (DNL)	0.3LSB (Typcal)
SNR	65dB(up to 70MHz , -0.5dBFS)

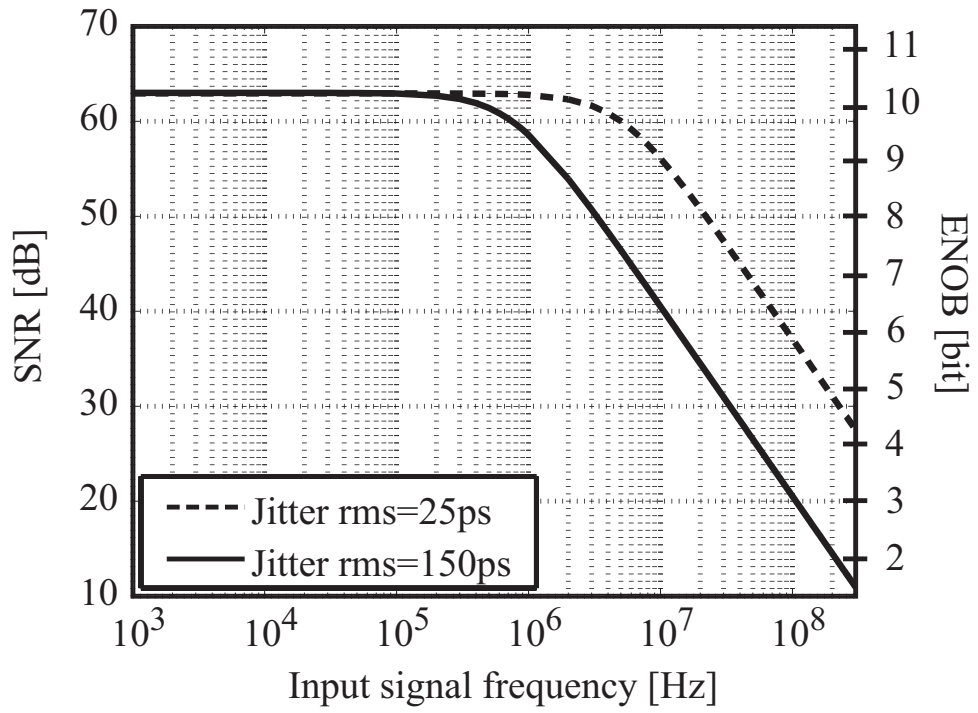


図 2.9: 入力信号周波数による ADC の SNR 劣化

## 2.3 ADCのSNR測定

実際に正弦波をアンダーサンプリングしたときのADCのSNR劣化を測定することにより計算結果の検討を行った。

### 2.3.1 ジッタによる位相変動

ADCへの入力信号が、

$$s(t) = Ae^{j(\omega t + \psi)} \quad (2.20)$$

であるとき、サンプリング周波数  $1/T_s$  でサンプリングされた信号は、

$$s(nT_s) = Ae^{j(\omega nT_s + \psi)} \quad (2.21)$$

となる。 $\psi$  は入力信号の初期位相である。

入力信号の周波数に対して4倍のサンプリング周波数でオーバーサンプリングしているとき、式2.21は、

$$\omega = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{2\pi}{T_s}\right) \quad (2.22)$$

であるから、

$$s[n] = Ae^{j\left(\frac{2\pi}{4}n + \psi\right)} \quad (2.23)$$

となる。

アンダーサンプリングしたときのジッタの影響考慮すると、2.23は、

$$s[n] = Ae^{j\left(\frac{2\pi}{4}n + \psi + z(n)\right)} \quad (2.24)$$

となる。図2.10に示されるようにサンプリング点がずれたために発生するジッタによる位相誤差  $z(n)$  は各サンプリング点  $n$  における  $\delta\psi$  の値であり、 $n = 1, 2, 3$  においてランダムである。また位相誤差  $z(n)$  の実効値をジッタによる信号の位相変動と呼ぶ。

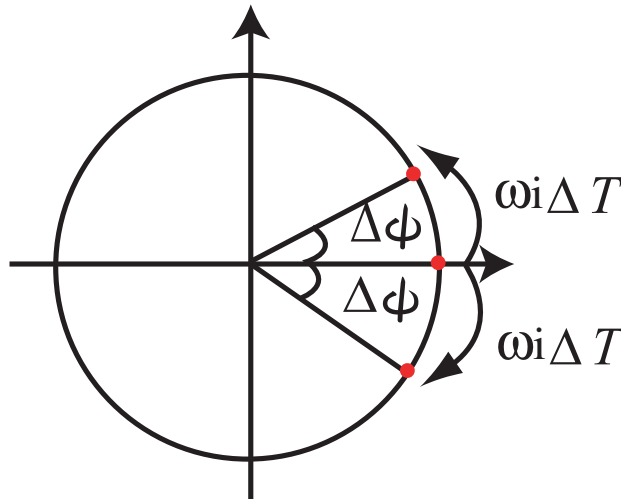


図 2.10: 位相誤差

さらに式 2.24 の信号を DDC(Digital down conversion) してベースバンド 信号に変換すると、

$$\begin{aligned}
 b[n] &= s[n]e^{-j(\frac{2\pi}{4}n+\phi)} \\
 &= Ae^{j(\psi+z(n)-\phi)}
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

となる。φ は DDC するときに掛ける信号の初期位相である。ψ, φ は定数であるから b[n] を変化させるものはジッタによる位相誤差 z(n) のみであると考えられる。

図 2.11 にサンプリング、DDC による信号のスペクトル変化のイメージ図を示した。

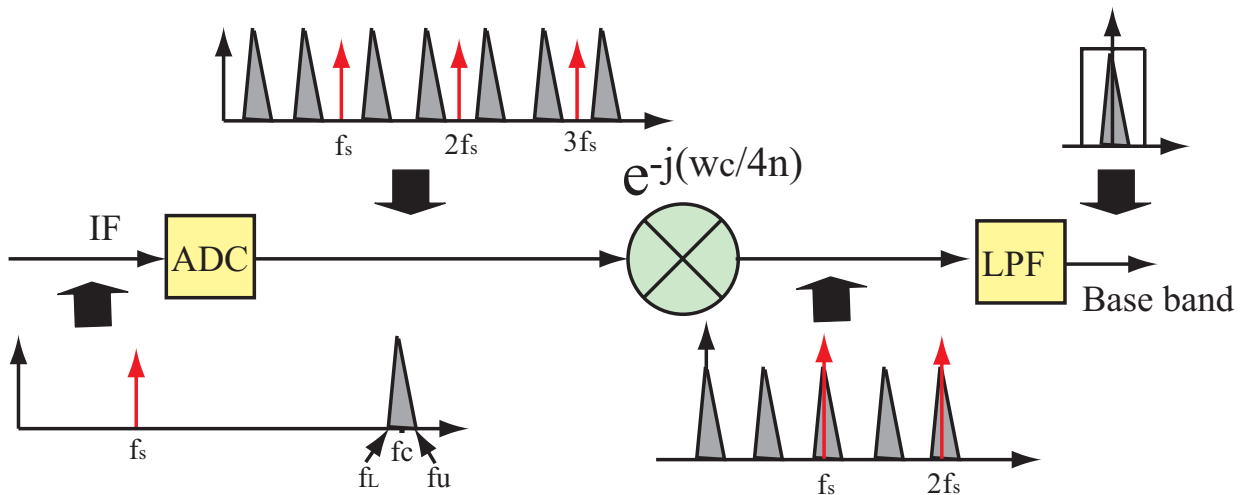


図 2.11: Digital down conversion

次の図は 130MHz の正弦波を 40MHz でサンプリングし、12bit に量子化したときのコンステレーションをシミュレーションにより求めたものである。式 2.23 のジッタがなく理想的なサンプリング点を取った信号をベースバンド信号に変換したときの様子を図 2.12 に、式 2.24 のジッタが考慮された場合の信号を変換したときのグラフを図 2.13 に示した。このときのジッタは正規分布で発生しているものとし、 $\sigma_j$  は 150ps として計算した。

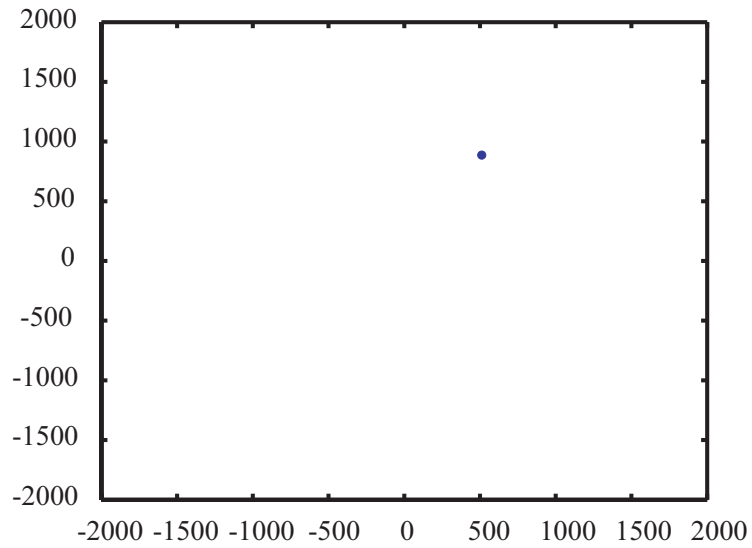


図 2.12: ジッタなしとして計算した場合のベースバンド信号

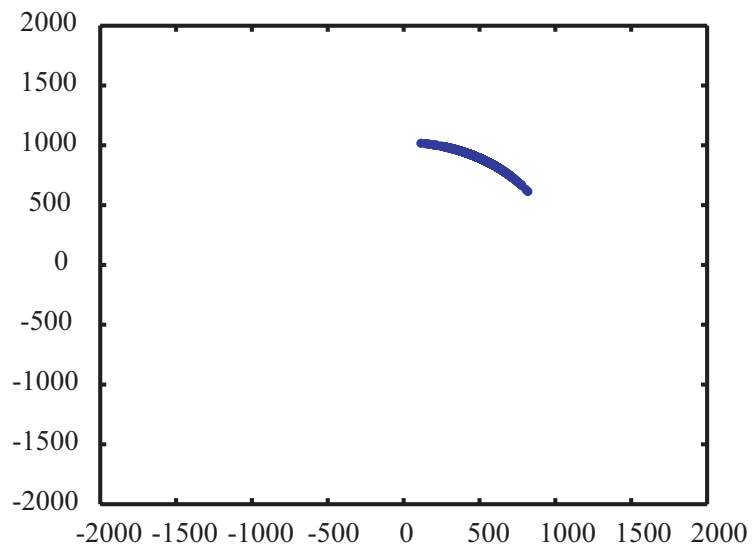


図 2.13: ジッタを考慮した場合のベースバンド信号

表 2.2: 測定結果

AD BOX(ADC)	Clock	rms Jitter ( $\sigma_j$ )
AD BOX(AD9430)	Function Generator	150ps
AD BOX(AD9430)	Clock Synthesizer	70ps
(AD9430)	Clock Synthesizer(ADCへ直接入力)	25ps

### 2.3.2 ジッタの測定

実際にクロックジッタの実効値を測定した。はじめに、フルスケールより 1dB 程度落とした正弦波 ( $f_i = 10, 50, 90, 130, 170, 210, 250, 290, 330$ [MHz]) を の AD BOX(ADC) に入力し 40MHz でサンプリングしたデータをオフラインで DDC し、ベースバンド信号の位相変動を求めた。これを 20 回繰り返し平均を求めた値とシミュレーションにより求めた位相変動とを比較し一致させることによってジッタの実効値を求めた。測定に用いた AD BOX と発振器、測定結果は表 2.2 に示した。AD BOX 内では PLL 回路などクロックに処理がなされているために ADC に入力されるまでに発振器からでたクロックのジッタが増えていると考えられる。また、 は回路を通さずに直接 ADC にクロックを入れた場合である。

図 2.15 は  $\sigma_j = 150$ ps の入力信号周波数 130MHz ときのベースバンド信号の IQ パターンである。また図 2.16 に  $\sigma_j = 150$ ps のときの測定値とシミュレーションによる計算値を一致させたグラフを示した、破線が計算値で実線が測定値である。このグラフより のときのジッタの実装値  $\sigma_j$  は 150ps であると判断した。他の、 もこれと同じグラフを作り  $\sigma_j$  を求めた。

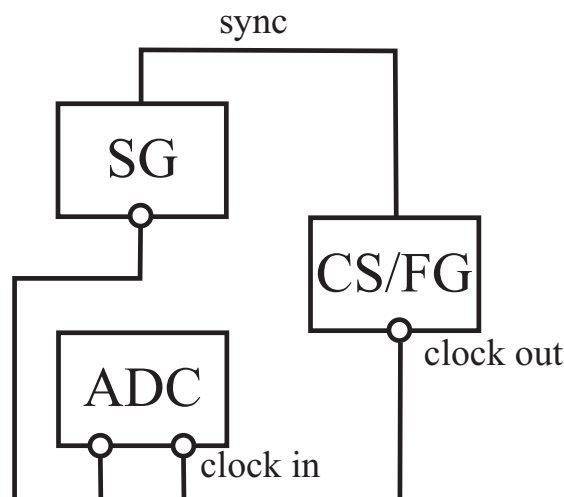


図 2.14: 測定系



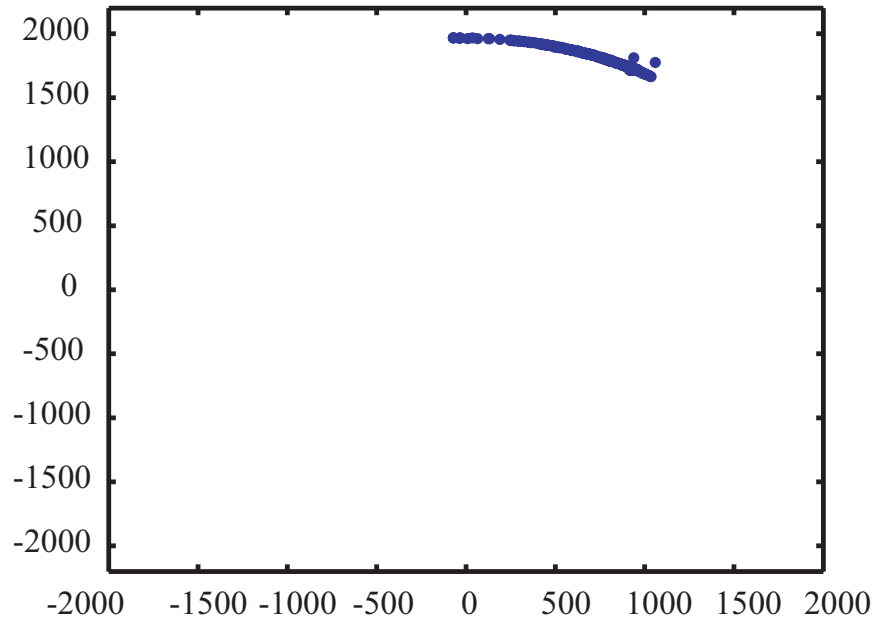


図 2.15: ジッタ 150ps のときのベースバンド信号

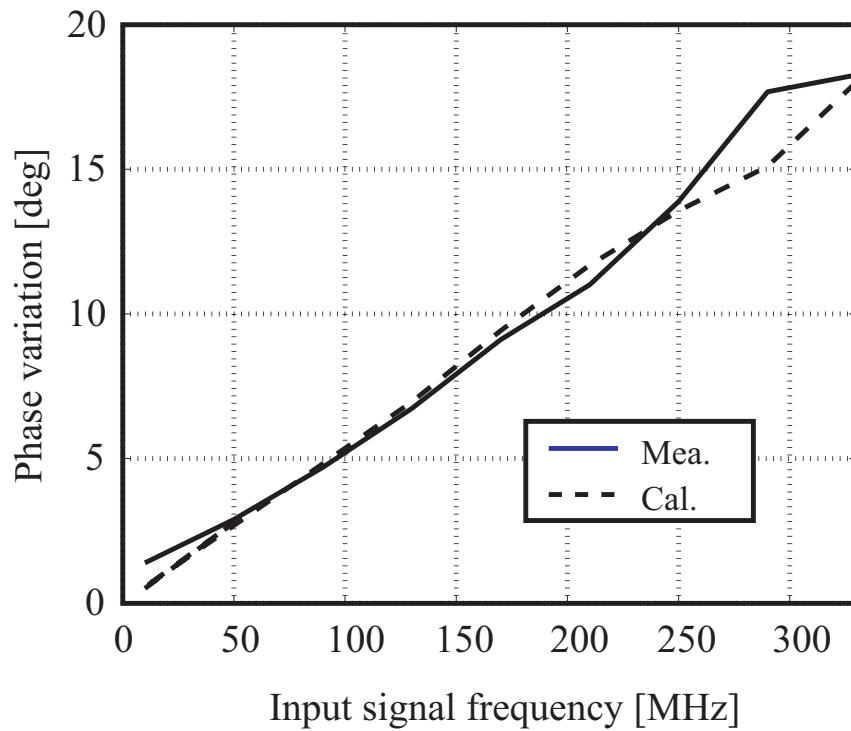


図 2.16: 入力周波数による位相変動特性

### 2.3.3 ADCのSNR測定結果

表 2.2  $\sigma_j = 150ps$  ,  $\sigma_j = 25ps$  のときについて ADC のフルスケールから 1dB 程度落とした正弦波を入力し 40MHz でサンプリングした場合の出力結果を FFT(fast fourier transform) 解析することにより SNR を求めた . 入力する正弦波の周波数を 100kHz から適当な間隔で 100MHz 付近まであげていき , 入力信号周波数と SNR 劣化についての関係を測定した . 測定系は前節と同じである . さらに式 2.18 から ENOB 特性を求めた . 図 2.17 , 図 2.18 はそれぞれ  $\sigma_j = 150ps$  ,  $\sigma_j = 25ps$  のときの入力信号の周波数対 SNR , ENOB 特性である . 図 2.18 より  $\sigma_j = 25ps$  のときは ENOB10bit を保つためには ADC への入力信号周波数は 3MHz 程度 , ENOB8bit を保つためには 10MHz 程度まで上げられる結果となった . 図 2.17 より  $\sigma_j = 150ps$  のときは ENOB10bit を保つためには ADC への入力信号周波数は 600kHz 程度 , ENOB8bit を保つためには 2MHz 程度まで上げられるという結果となった .

どちらも場合も計算値とほぼ一致しており計算方法が正しかったことを確認できた .

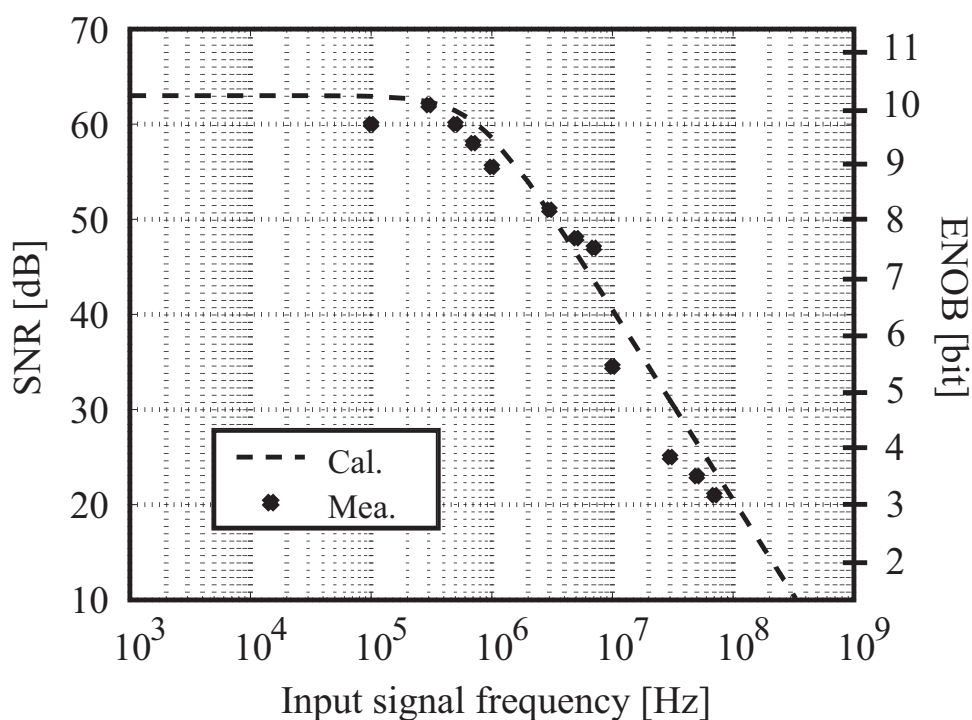


図 2.17: 150ps のときの SNR 特性

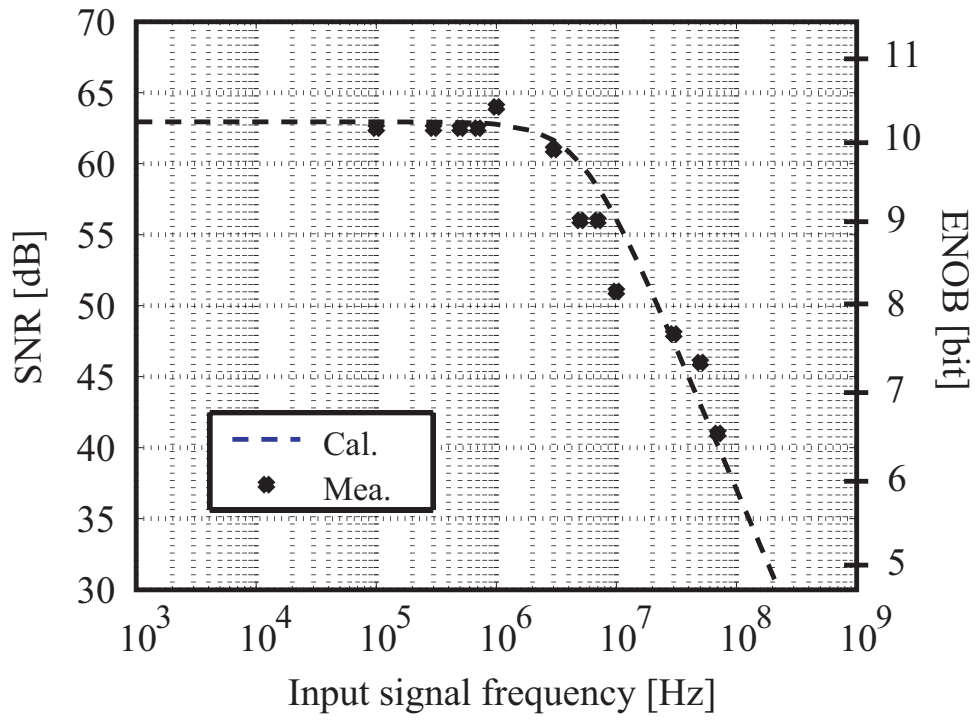


図 2.18: 25ps のときの SNR 特性

## 第 3 章

# 変調信号のアンダーサンプリング

本章では実際に無線通信において IF サンプリング技術を用いるにあたって重要である変調波への応用について検討する。

### 3.1 IF サンプリングを用いた変復調シミュレーション

この節では IF 信号をアンダーサンプリングを行うことによってダウンコンバートしたとして変復調のシミュレーションを行った。サンプリング後のコンステレーションパターンを確認し、IF 周波数による位相変動特性と EVM 特性を示した。

#### 3.1.1 シミュレーション方法

2.3.1 で説明したようなジッタによる位相変動がサンプリング後のデジタル変調信号にどのような影響を及ぼすのかをシミュレーションによって検討した。あるサンプリング点においてのクロックジッタが  $t_j$  であったとすると、この点においての位相は信号の各周波数  $\omega_c$  によって  $\omega_c t_j$  と計算できる。ジッタが正規分布でランダム発生し実効値が  $\sigma_j$  であったとすると、位相変動も正規分布でランダムであり、

$$\psi_j = \sigma_j \times \omega_c \quad (3.1)$$

となる。

入力信号の中心周波数  $f_c$  は、アンダーサンプリング適用条件である式 2.1、式 2.2 と DDC の条件であるダウンコンバート後の周波数  $f_d = (1/4)f_s$  をみたすような値として行った。サンプリング周波数は 40MHz で行なうとしたので、オーバーサンプリングする場合の周波数は 10MHz となる。10MHz の信号を 40MHz でサンプリングしたときのスペクトルは図 3.1 のようになるのでサンプリング後の信号の周波数が全て 10MHz にダウンコンバートされ

るような周波数を選んで

$$f_c = 10, 50, 90, 130, 170, 210, 250, 290, 330 \text{ [MHz]}$$

とした。

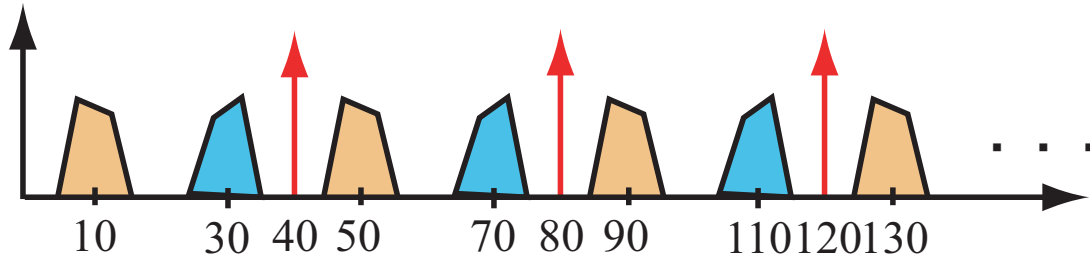


図 3.1: アンダーサンプリング後のスペクトル

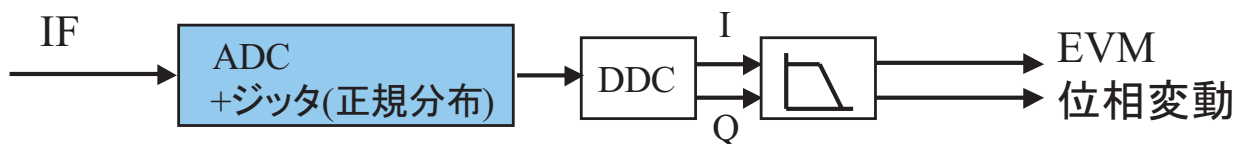


図 3.2: 変復調シミュレーションの流れ

計算は表 2.2 - に示したジッタの実効値  $\sigma_j = 25, 70, 100, 150, 180$  [ps] のそれぞれについて行った。

シミュレーションの諸元は表 3.1 に示した。

表 3.1: シミュレーション諸元

変調方式	QPSK
サンプリング周波数	40MHz
ADC の分解能	12bit
シンボル数	1000
シンボルレート	4Msps
SNR	30dB

### 3.1.2 コンステレーションパターン

$\sigma_j = 25, 70, 150[\text{ps}]$  のときのコンステレーションパターンを示す．入力信号の中心周波数  $f_c$  が高くなっていくにつれ点が円状に散布していく様子が見られる．

(a)  $\sigma_j = 25\text{ps}$

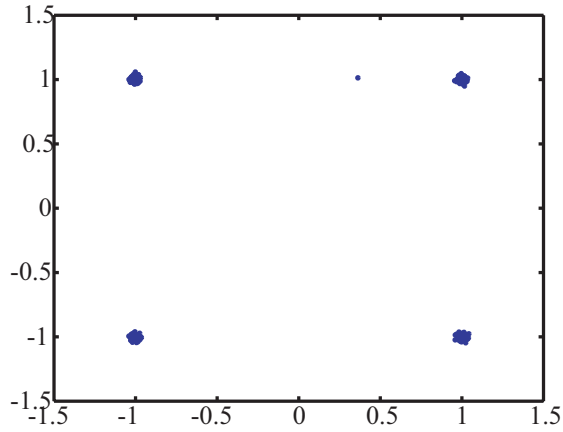


図 3.3:  $f_c = 10\text{MHz}$

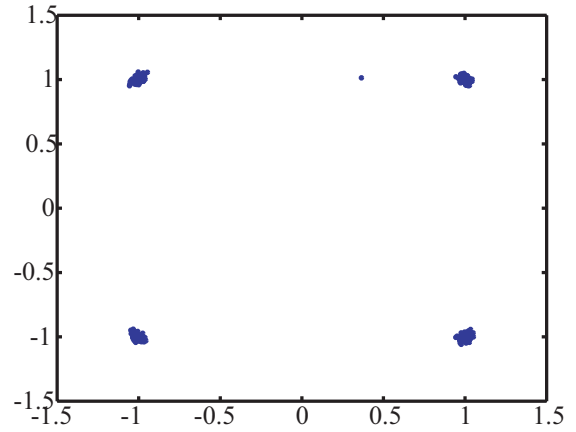


図 3.4:  $f_c = 90\text{MHz}$

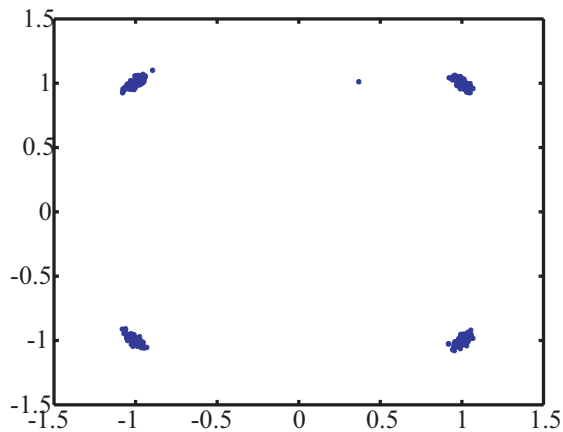


図 3.5:  $f_c = 170\text{MHz}$

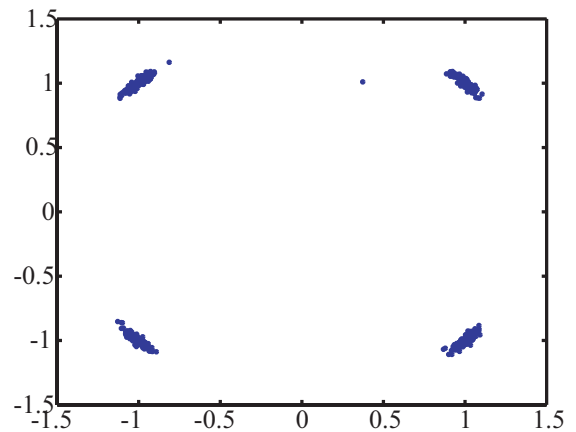
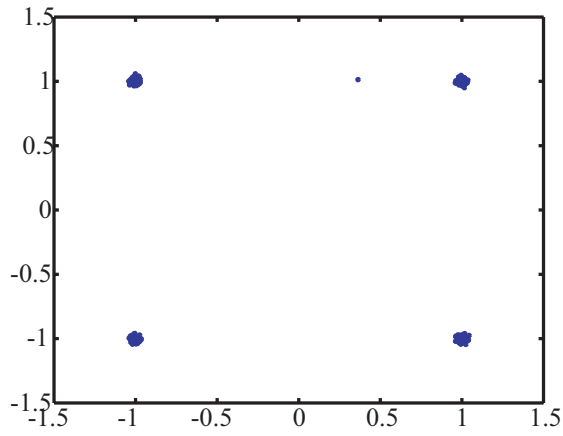
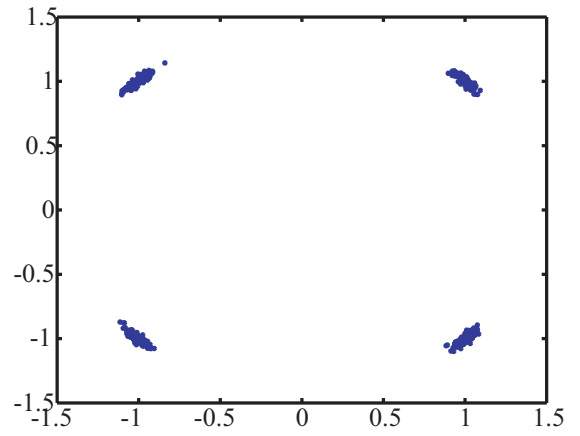


図 3.6:  $f_c = 290\text{MHz}$

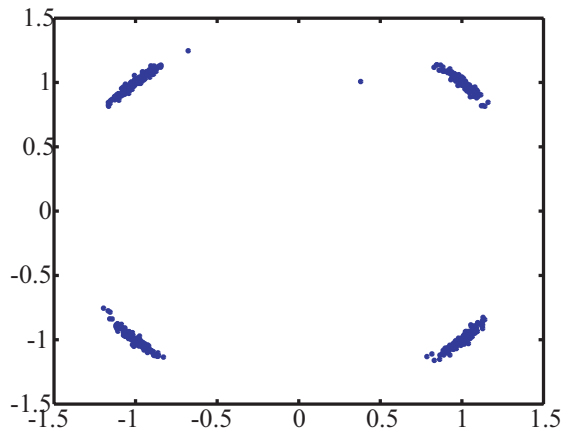
(a)  $\sigma_j = 70\text{ps}$



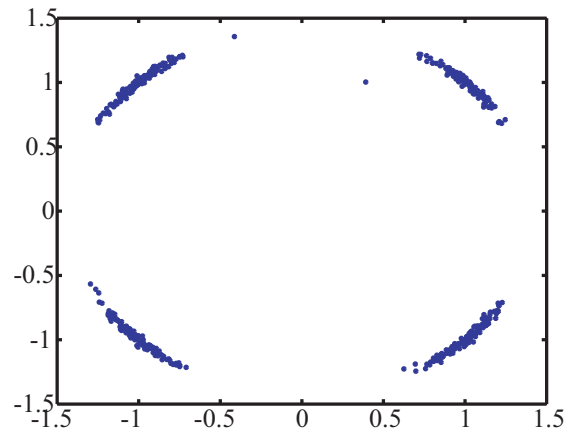
⊠ 3.7:  $f_c = 10\text{MHz}$



⊠ 3.8:  $f_c = 90\text{MHz}$

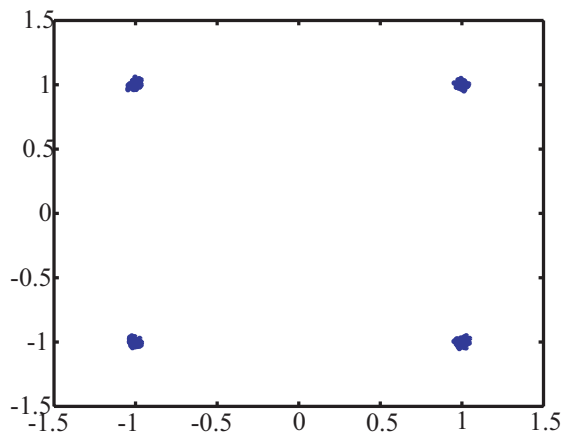


⊠ 3.9:  $f_c = 170\text{MHz}$

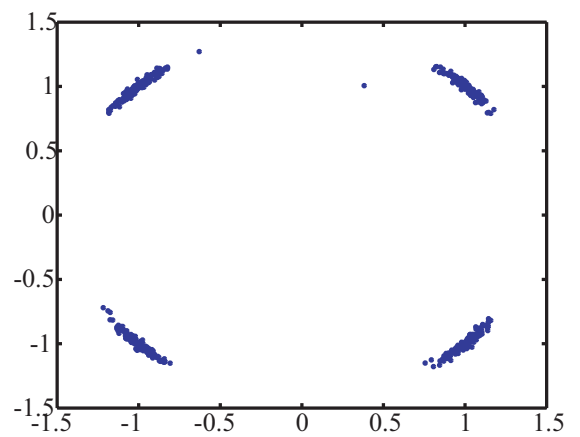


⊠ 3.10:  $f_c = 290\text{MHz}$

(a)  $\sigma_j = 150\text{ps}$



⊠ 3.11:  $f_c = 10\text{MHz}$



⊠ 3.12:  $f_c = 90\text{MHz}$

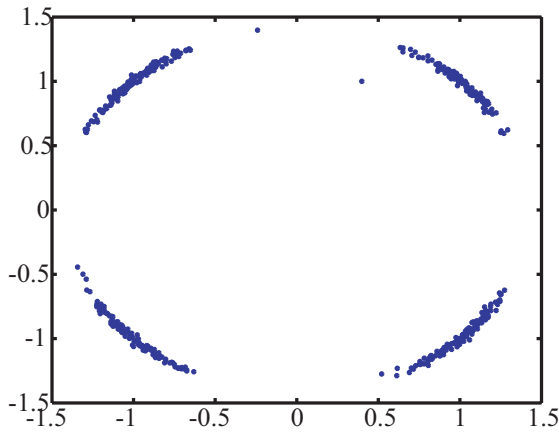


図 3.13:  $f_c = 170\text{MHz}$

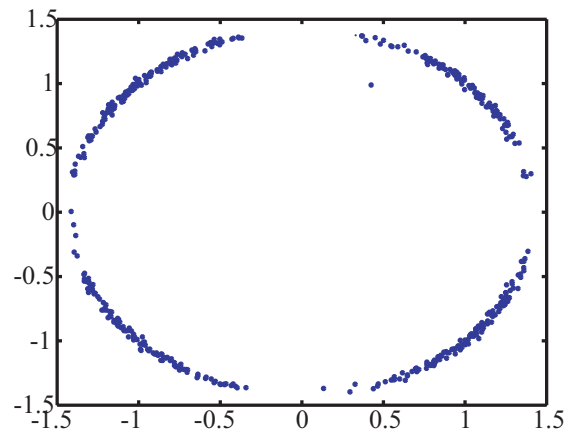


図 3.14:  $f_c = 290\text{MHz}$

### 3.1.3 位相変動特性，EVM 特性

図 3.16，図 3.17 はそれぞれ入力信号の中心周波数に対する位相変動特性，EVM 特性である．位相変動とは各サンプリング点における位相誤差の実効値である．

EVM(error vector magnitude) は変調精度と呼ばれるものであり，コンスタレーションパターンの広がり具合を示す値である．本論文では，図 3.15 のように 4 つの位相において一番点が多く集まっているところを  $(1,1)(-1,1)(1,-1)(-1,-1)$  として正規化し，サンプル点から  $(1,1)(-1,1)(1,-1)(-1,-1)$  のうち一番近い点までの距離を計算，これを全てのサンプリング点において行い，距離 1 を 100 パーセント，距離 0.5 を 50 パーセント，距離 0.25 を 25 パーセントのように表示し 2 乗平均平方根を求めて EVM の実効値 (rms) とした．

無線通信に用いることができる変調制度 EVM はおおよそ 10% までであるとされており，この条件を満たすような最高入力周波数はジッタによってかなり影響を受けることがわかる．

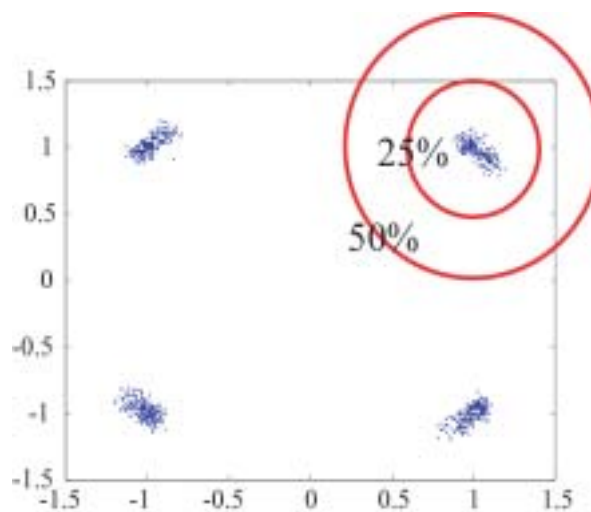


図 3.15: EVM の定義



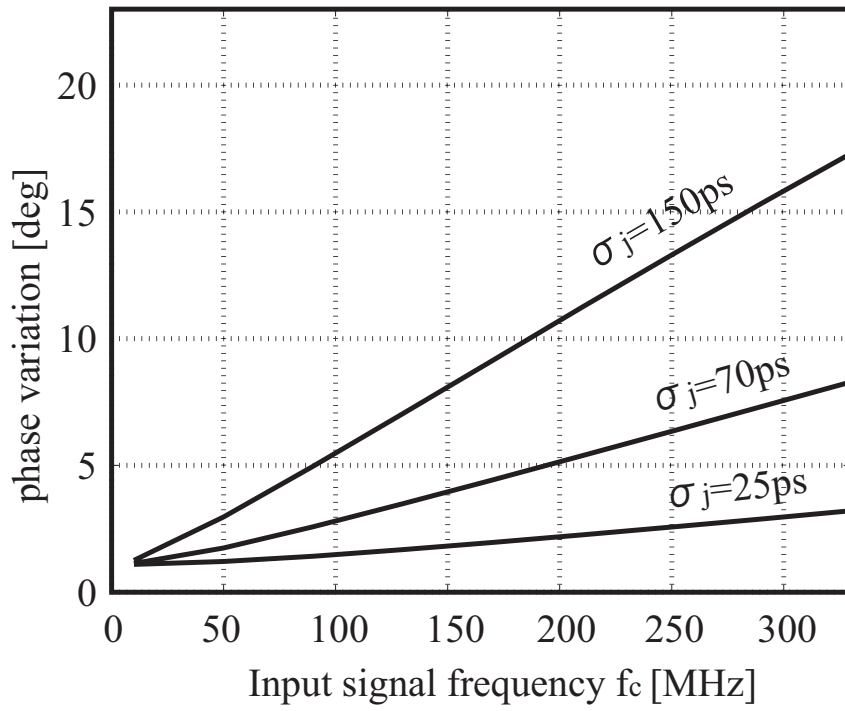


図 3.16: 入力信号周波数による位相変動特性

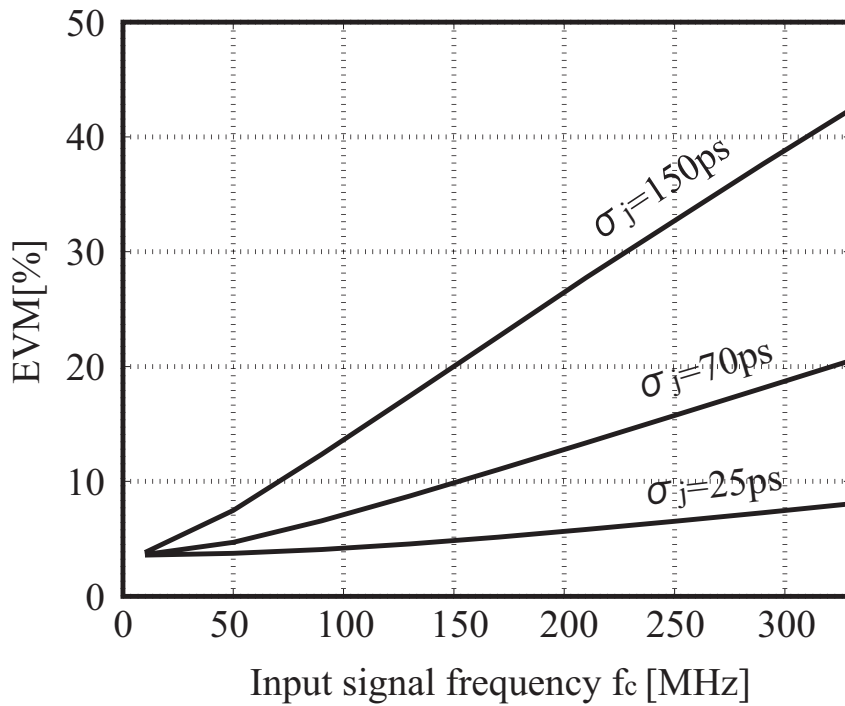


図 3.17: 入力信号周波数による EVM 特性

## 3.2 変調信号実験

実際に QPSK 信号をアンダーサンプリングしてコンステレーションパターンを確認した。また得られたデータから位相変動と EVM を計算した。

### 3.2.1 測定方法

変調信号を 40MHz でサンプリングしたものを復調してコンステレーションパターン，位相変動特性，EVM 特性を確認した。

図 3.18 に測定系を表 3.4 に測定諸元を示した。ADC から出力されたデータはオフラインで信号処理を行った。入力信号の中心周波数はシミュレーションの場合と同じで式をみたすような値を用い， $f_c = 10, 50, 90, 130, 170, 210, 250, 290, 330$  [MHz] とした。また，測定に使用したクロック，ADC とそのときのジッタの実効値は表 2.2 - に示したとおりである。

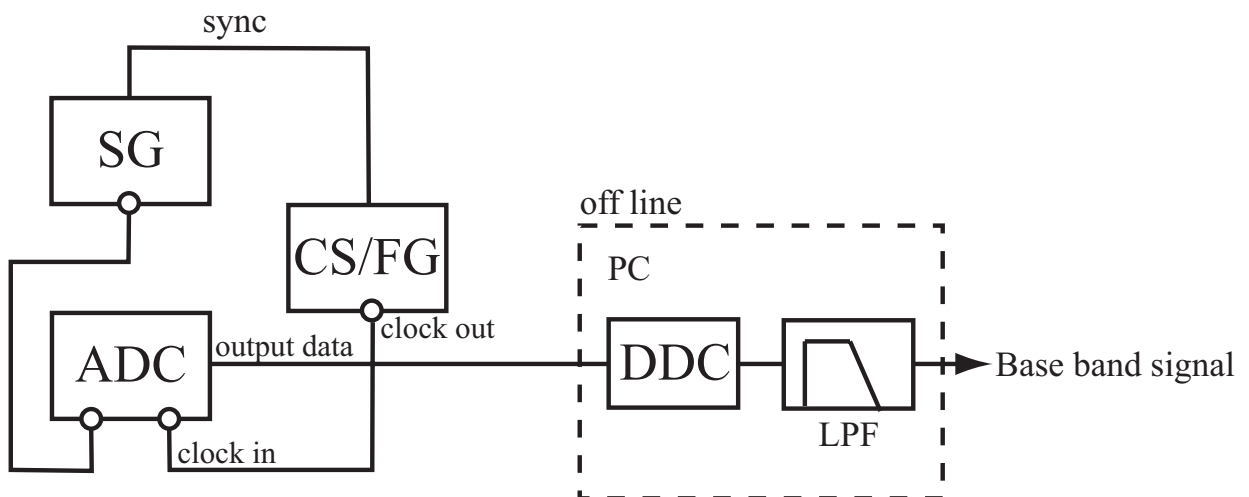


図 3.18: 測定系

表 3.2: 測定諸元

変調方式	QPSK
サンプリング周波数	40MHz
サンプリング点数	1000 点
シンボルレート	4Msps
送信側フィルタ	ルートナイキストフィルタ
受信側フィルタ	ルートナイキストフィルタ
ロールオフ率	0.5

### 3.2.2 コンステレーションパターン

$\sigma_j = 25, 70, 150[\text{ps}]$  のときのコンステレーションパターンを示す．シミュレーションで確認したように入力信号の中心周波数  $f_c$  が高くなっていくにつれ点が円状に散布していく様子が見られる．また， $\sigma_j = 25\text{ps}$  のときは入力信号の周波数を ADC の最高周波数近い 330MHz まであげてもコンステレーションパターンにさほど変化は見られなかった．

(a)  $\sigma_j = 25\text{ps}$

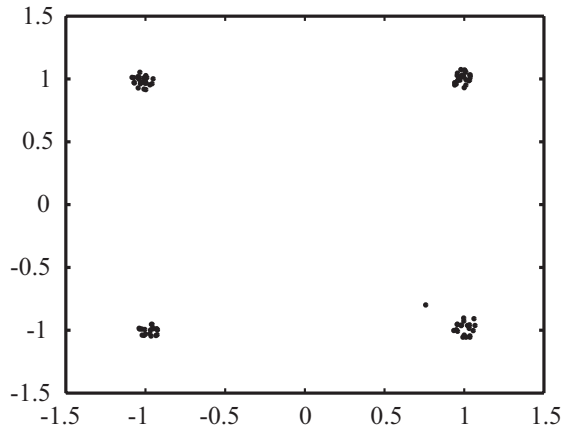


図 3.19:  $f_c = 10\text{MHz}$

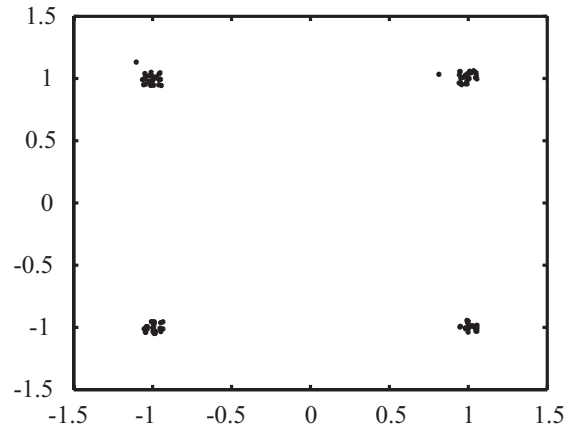


図 3.20:  $f_c = 50\text{MHz}$

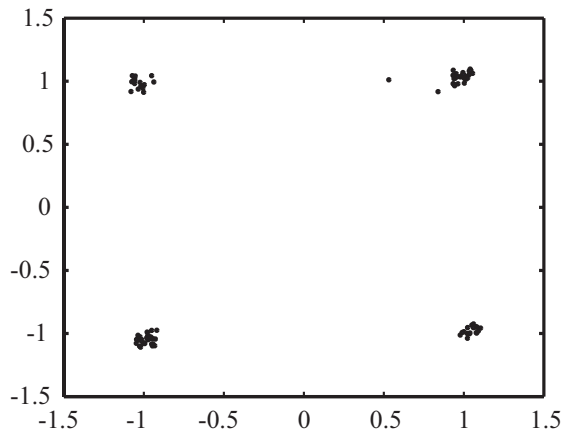


図 3.21:  $f_c = 90\text{MHz}$

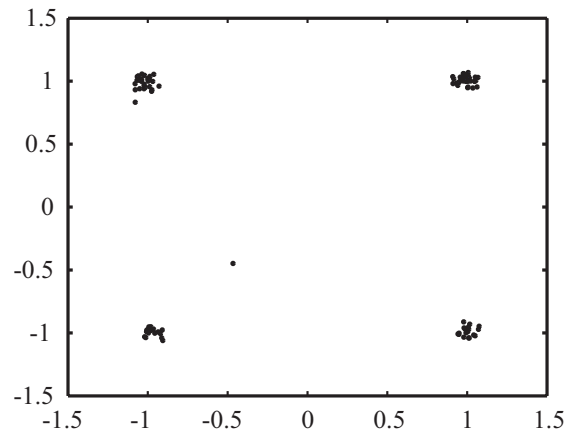
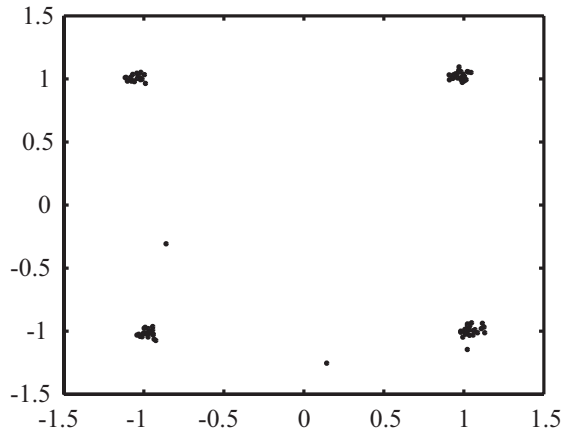
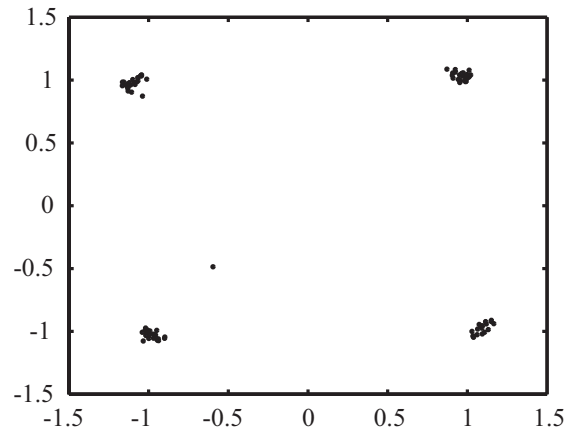


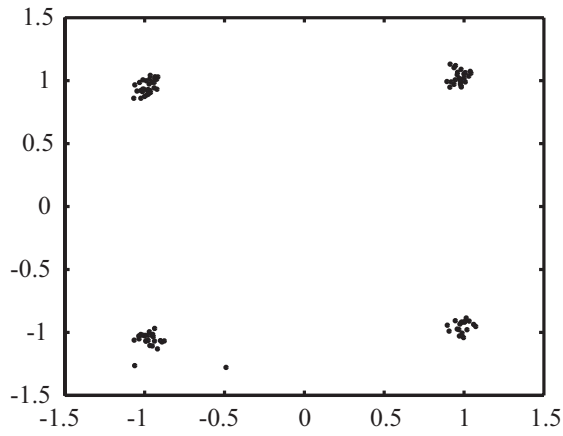
図 3.22:  $f_c = 130\text{MHz}$



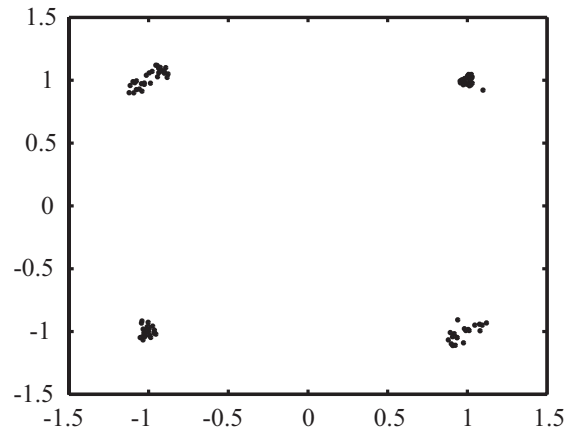
⊠ 3.23:  $f_c = 170\text{MHz}$



⊠ 3.24:  $f_c = 210\text{MHz}$

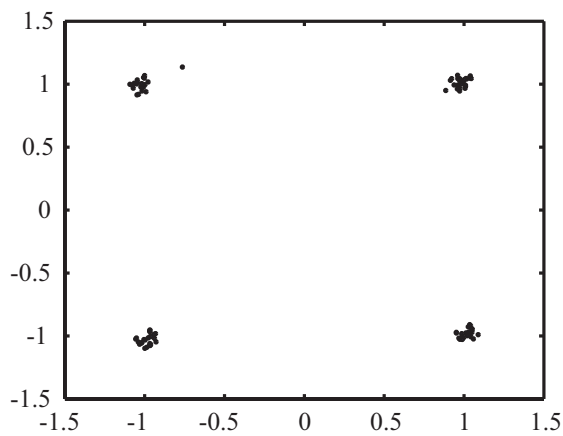


⊠ 3.25:  $f_c = 250\text{MHz}$

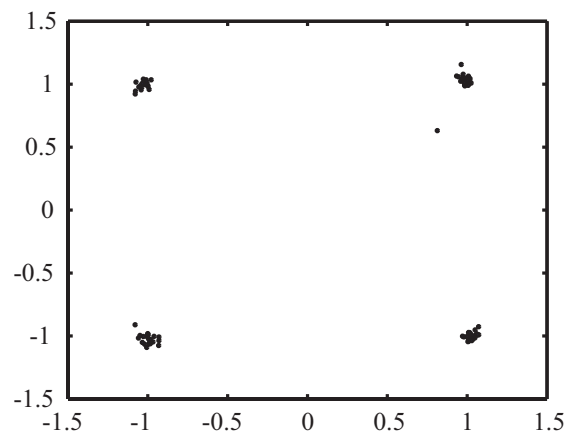


⊠ 3.26:  $f_c = 330\text{MHz}$

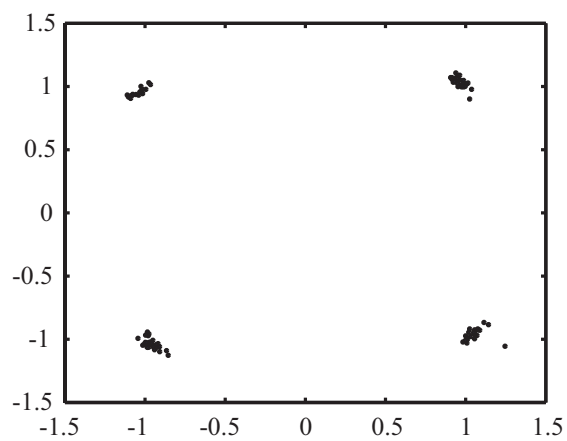
(b)  $\sigma_j = 70\text{ps}$



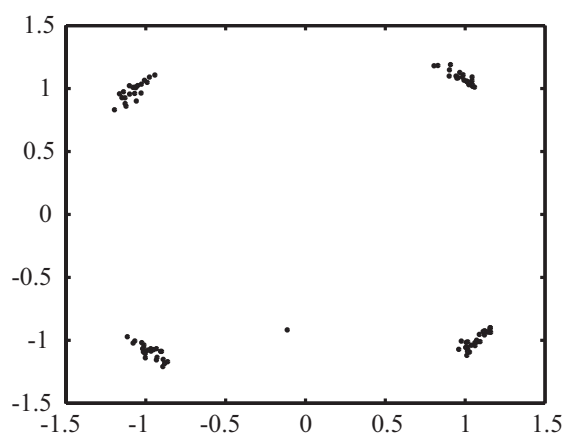
⊠ 3.27:  $f_c = 10\text{MHz}$



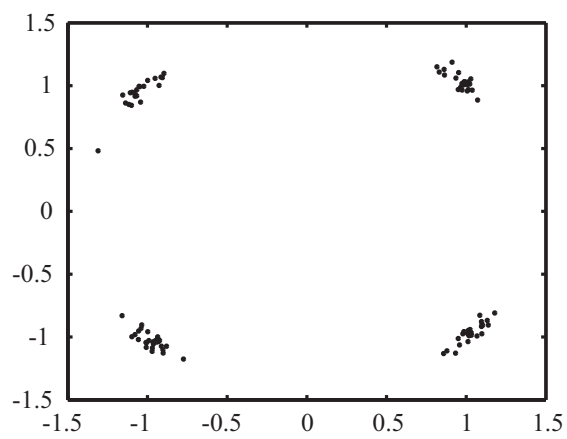
⊠ 3.28:  $f_c = 50\text{MHz}$



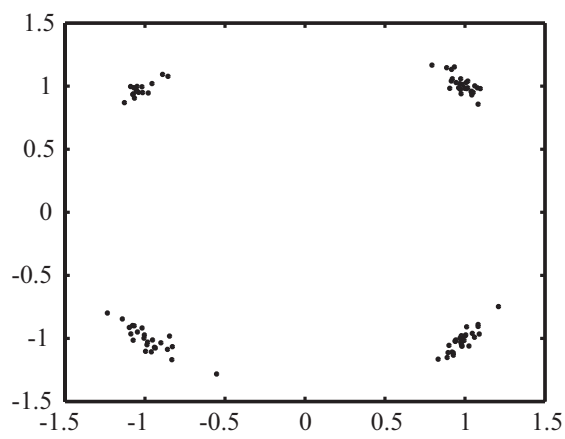
☒ 3.29:  $f_c = 90\text{MHz}$



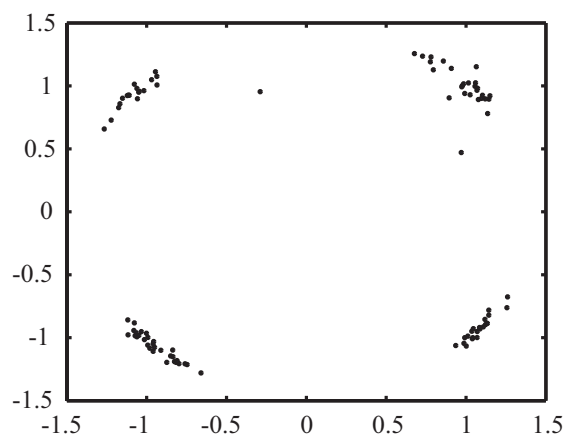
☒ 3.30:  $f_c = 130\text{MHz}$



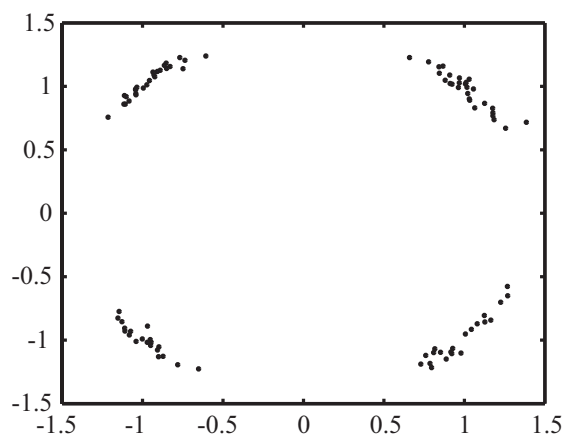
☒ 3.31:  $f_c = 170\text{MHz}$



☒ 3.32:  $f_c = 210\text{MHz}$

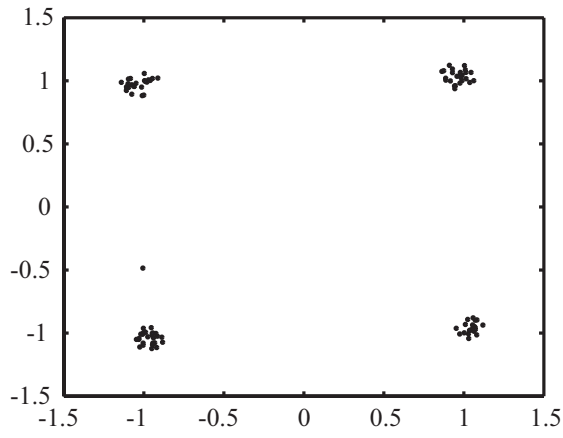


☒ 3.33:  $f_c = 250\text{MHz}$

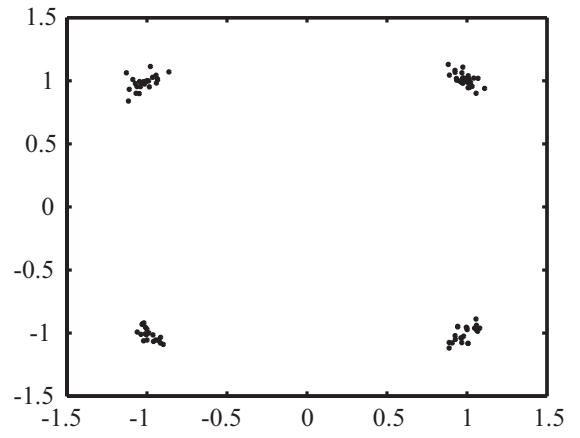


☒ 3.34:  $f_c = 330\text{MHz}$

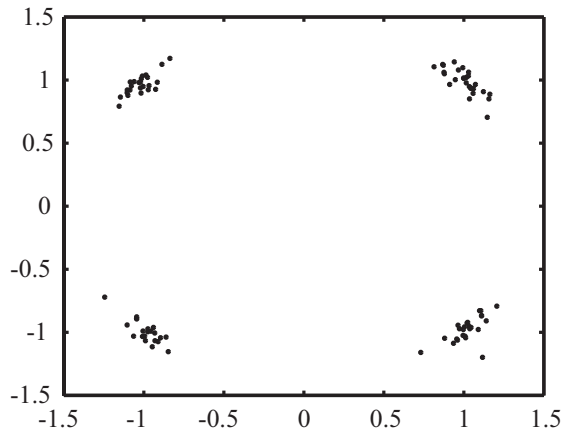
(c)  $\sigma_j = 150\text{ps}$



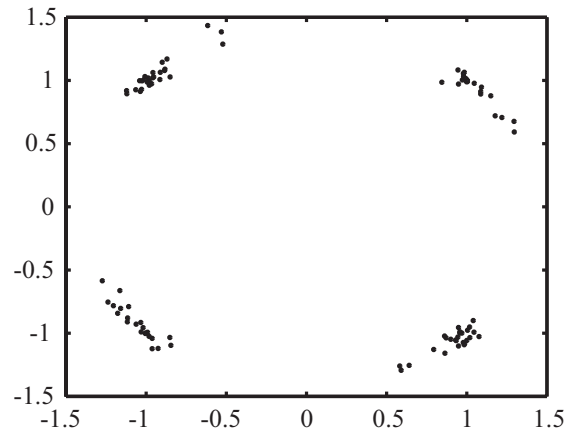
☒ 3.35:  $f_c = 10\text{MHz}$



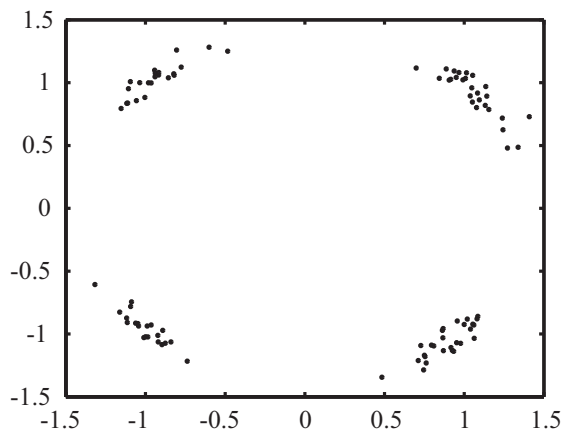
☒ 3.36:  $f_c = 50\text{MHz}$



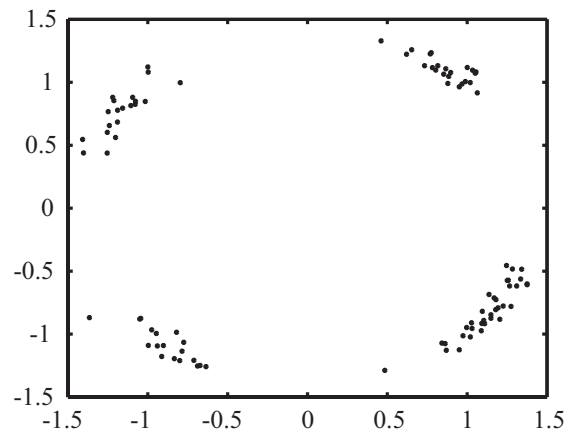
☒ 3.37:  $f_c = 90\text{MHz}$



☒ 3.38:  $f_c = 130\text{MHz}$



☒ 3.39:  $f_c = 170\text{MHz}$



☒ 3.40:  $f_c = 210\text{MHz}$

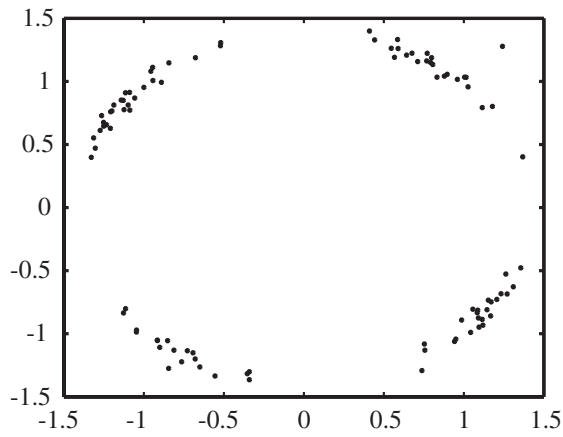


図 3.41:  $f_c = 250\text{MHz}$

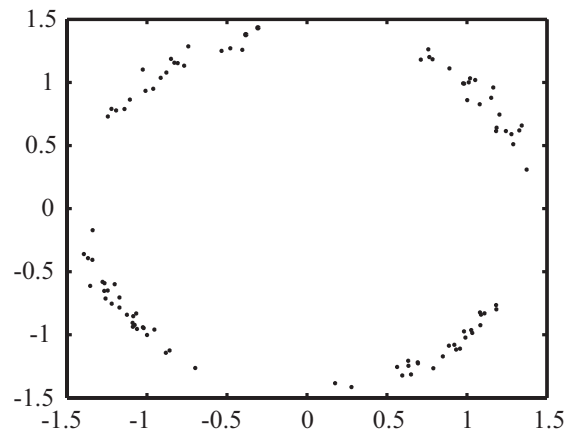


図 3.42:  $f_c = 330\text{MHz}$

### 3.2.3 位相変動特性と EVM 特性

図 3.43 , 図 3.44 に測定結果から求めた位相変動特性と EVM 特性を示した . 位相変動 , EVM は 2 乗平均平方根として示した . どちらも計算結果と測定結果の傾向が一致しており , シミュレーションの有効性が確かめられた . また誤差の原因としては統計的扱いをするにはサンプリング点数足りなかったことが考えられる .

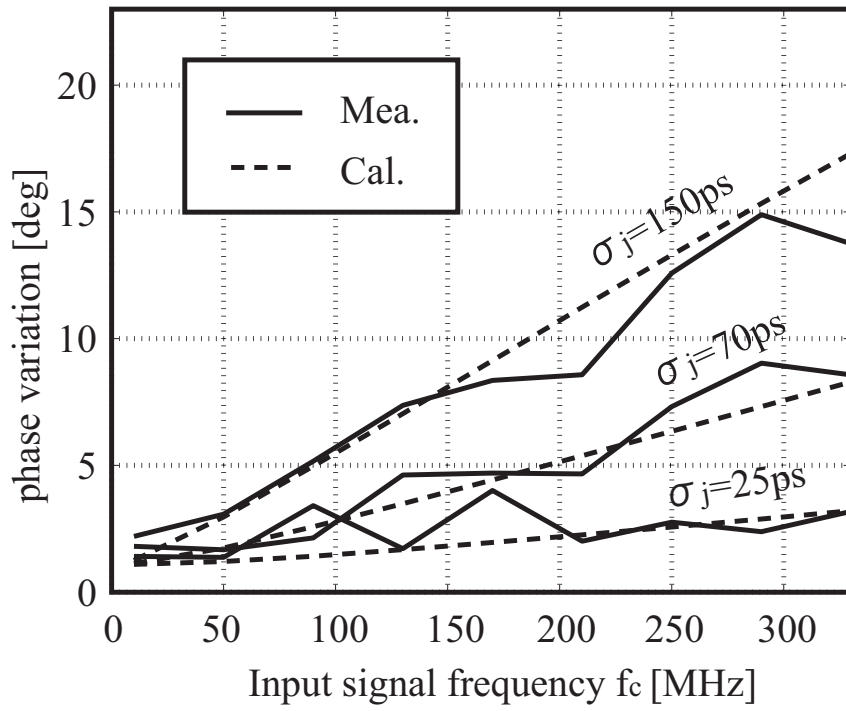


図 3.43: 入力信号周波数による位相変動特性

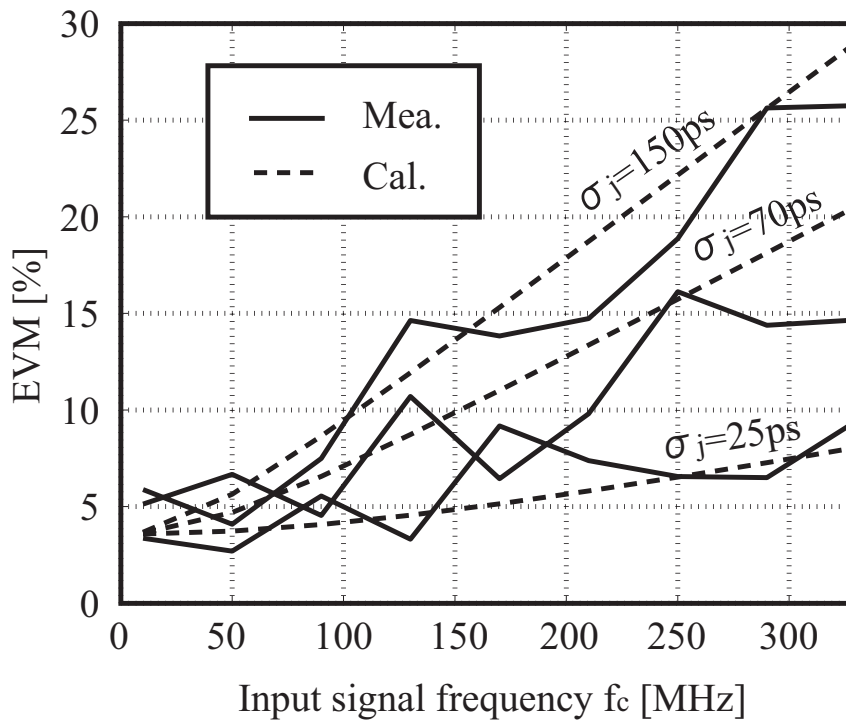


図 3.44: 入力信号周波数による EVM 特性



### 3.2.4 まとめ

EVM10%確保するために制限される入力信号の最高周波数とクロックジッタの関係を表 3.3 に示した .  $\sigma_j = 25\text{ps}$  であればジッタによる位相変動は小さいので入力信号の周波数にはよらずにアンダーサンプリングが可能であると考えられる .

また EVM = 10% となるときの位相変動は  $5[^\circ]$  程度であることから ,

$$\sigma_j \times \omega_c \leq 5 \times \frac{2\pi}{360} \quad (3.2)$$

を満たせば , EVM は 10% 以下になるであろうと考えられる .  $\omega_c$  は入力信号周波数の角速度である .

しかし , ジッタ雑音による SNR 劣化は起こってしまうので振幅誤差によるジッタ雑音を取り除くためにフィルタの性能が追求される .

表 3.3: 最高入力周波数

$\sigma_j[\text{ps}]$	最高入力周波数 [MHz]
25	90
70	210
150	330 -

### 3.3 電波伝播を考慮したシミュレーション

実際の電波伝播環境でアンダーサンプリングが適用可能かどうかをシミュレーションによって検討した。白色ガウス雑音チャネル伝播を想定して、ジッタの影響を考慮した変復調シミュレーションを行いBER(bit error rate)を計算した。

BERは誤り符号率で、ランダムなデジタル・データを伝送し、復調した際に、送ったデータの中での誤りデータの比率を表す。

ジッタは正規分布として発生させ、 $\sigma_j = 25, 70, 150[\text{ps}]$ のときについて計算した。IF信号のSNRは実伝播環境に近い7dBとした。表3.4にシミュレーション諸元を示した。

表 3.4: シミュレーション諸元

変調方式	QPSK
サンプリング周波数	40MHz
ADCの分解能	12bit
シンボル数	$10^5$
シンボルレート	4Msps
SNR	7dB

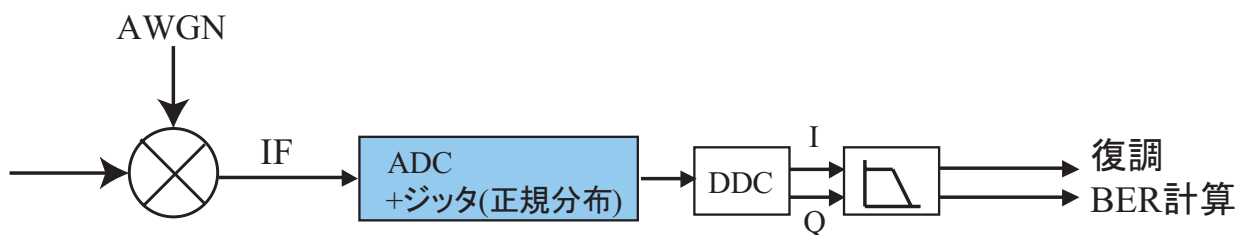


図 3.45: 変復調シミュレーションの流れ

$\sigma_j = 25\text{ps}$ のときはIFが330MHzのときでもBERは0であった。このときのコンステレーションパターンを図3.46に示した。やはり入力信号の周波数によらずにIFサンプリングを利用して復調可能であることがわかった。

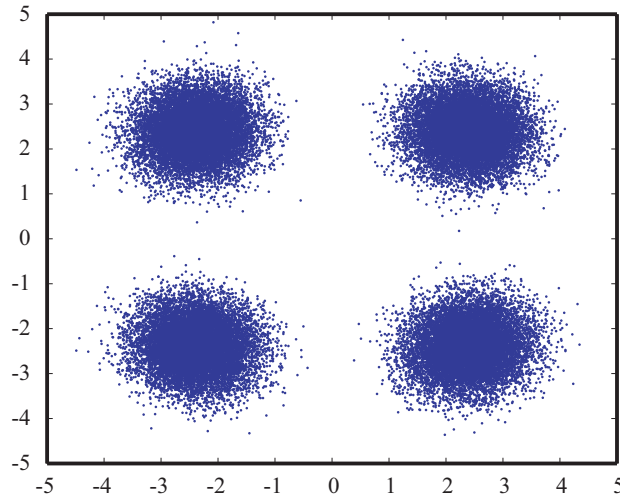


図 3.46: ジッタの実効値 25ps , IF330MHz のときのコンスタレーションパターン

図 3.47 より  $\sigma_j = 70ps$  のときは IF が 250MHz のときに BER が 0 でなくなり符号誤りが起こっている . しかしこれは BER =  $10^{-5}$  で  $10^5$  個のサンプルのうち 1 つ誤っているだけである . サンプル数が  $10^5$  個という少ない値としているためこのあたりの微妙な BER 評価は難しいが , IF250MHz まではアンダーサンプリング可能であるという結果となった . 今後の課題としてサンプル数を増やして計算することが挙げられる . 図 3.48 より  $\sigma_j = 25ps$  のときは BER = 0 となるのは IF が 10MHz のオーバーサンプリングの場合のみであり , アンダーサンプリングすると符号誤りを起こしている .

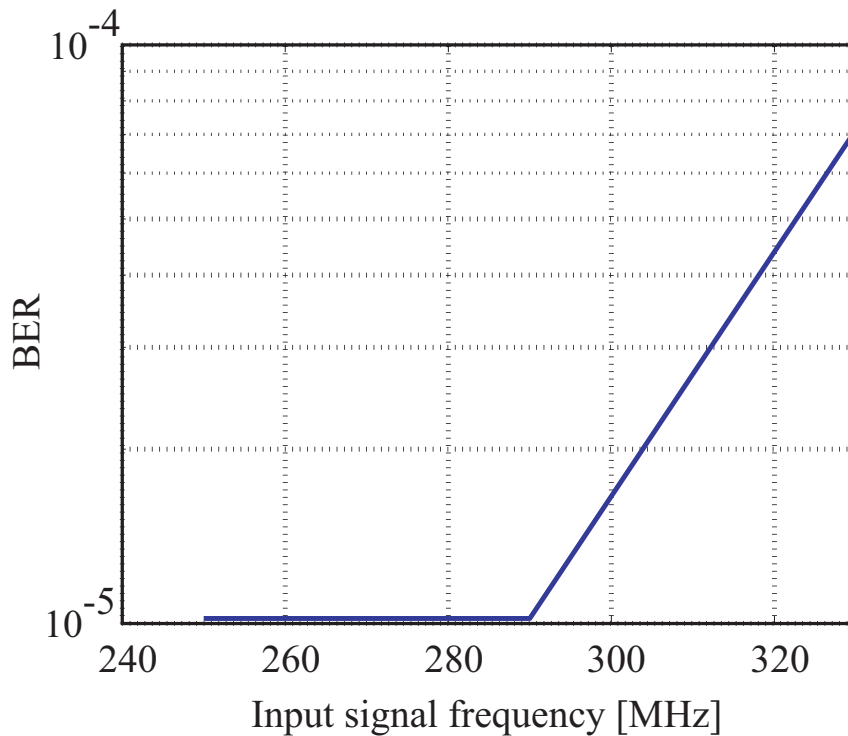


図 3.47: ジッタの実効値 70ps のときの BER 特性

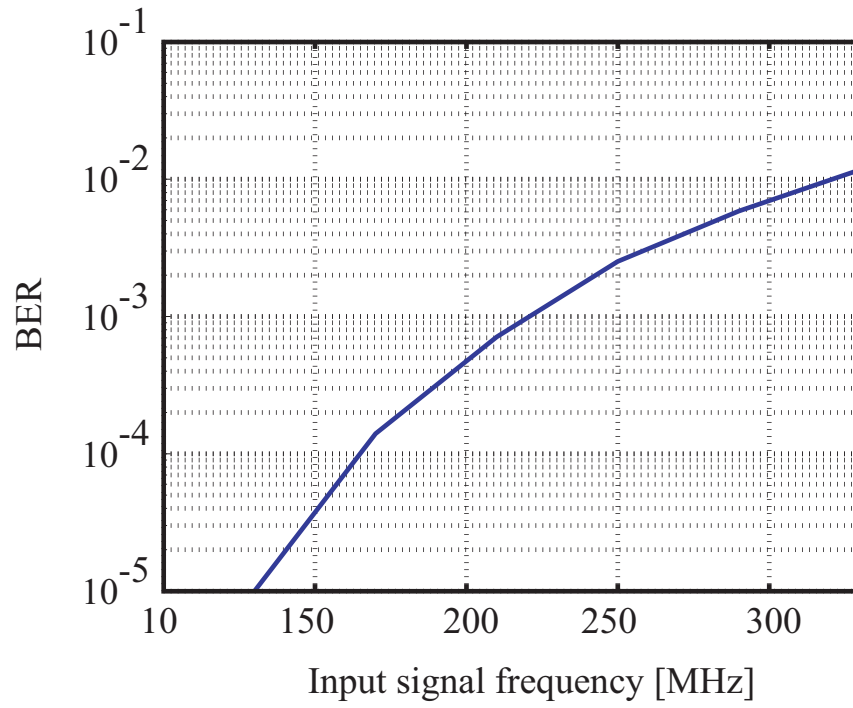


図 3.48: ジッタの実効値 150ps のときの BER 特性

## 第 4 章

### 結論

本論文では、アンダーサンプリングを行うにあたってクロックジッタがサンプリング後の信号にどの程度影響を与えるかを正弦波、変調信号の場合について検討を行った。

はじめにサンプリング点のずれによる振幅誤差がジッタ雑音となりサンプリング後の信号の SNR が劣化してしまうことを説明し、理論的な ADC の SNR の計算方法を提案した。また実際に正弦波をアンダーサンプリングして SNR を測定し提案した計算方法が有効であることを確認した。計算結果、測定結果よりジッタが ADC の SNR にかなり大きな影響を与えることが判明した。12bit の ADC を使用しジッタの実効値が 25ps である場合 ENOB を 10bit 確保するためには ADC への入力信号の周波数は 3MHz 程度までしか上げられないことがわかった。

次にサンプリング点のずれによる位相誤差が変調信号をサンプリングしてベースバンド信号に変換する際に与える影響についてシミュレーションを行うことにより検討した。IF 信号を高くしていくにしたがってコンステレーションパターンが円状に広がっていく様子が見られ、符号誤りの原因になっていくであろうことがわかった。また実際に変調信号を 40MHz でアンダーサンプリングしてコンステレーションパターンを見ることにより、信号の周波数が高くなるにしたがって円状に散布していく様子を確認した。EVM10%を確保するためにはジッタの 2 乗平均平方根が 70ps であるときは入力周波数を 210MHz、150ps であるときは 90MHz まで上げられるという結果を得た。またジッタの実効値が 25p であるときはコンステレーションパターンにほとんど影響を与えないという結果が得られた。またこのとき SNR7dB でシミュレーションを行い BER 特性について検討したところ BER は常に 0 であった。したがって IF サンプリングによる受信機の実装が可能であると考えられる。しかし SNR 劣化は防ぐことができないため高い性能のフィルタが求められることになる。

また、クロックの周波数を上げるために使われている PLL においてかなりジッタが増幅されていることがわかった。今後はこのジッタ増幅の抑制についても検討を行う必要がある。

# 謝辞

本研究を進めるにあたり、厳しくかつ丁寧に御指導下さった新井宏之教授に深く感謝致します。

また研究生活全般に渡って御指導下さった D2 の金ミン錫先輩に深く感謝致します。  
最後に研究生活を共に過ごした新井研究室，市毛研究室の皆様に深く感謝致します。

## 参考文献

- [1] Richard Groshong, Stephen Ruscak ,Undersampling Techniques Simplify Digital Radio, ELECTRONIC DESIGN ,vol.39 , No5 , MAY , 1991
- [2] Rodney G. , Neil L , Scott , D.Rod White , The Theory of Bandpass Sampling , IEEE Transactions on Signal Preccessing , Vol.29,No.9,pp1973-1984,September 1991
- [3] 永洞真澄,横井敦也,内藤敏勝,大衡肚,伊澤清順,バンドパスサンプリングにおけるクロックジッタの影響,電子情報通信学会通信ソサイエティ大会,1999
- [4] Shinya Sasaki ,Tetsuki Taniguchi, Yoshio Karasawa, Adaptive Array Antenna Based on the IQ Division Bandpass Sampling , IEEE.COMMUN.,VOL.E86-B,NO.12,DECEMBER 2003
- [5] 鈴木健介,岡田啓,山里敬也,片山正昭, ”広帯域ソフトウェア無線基地局受信機におけるサンプリングジッタの受信性能への影響 ”, 信学技報 SR03-8,2003
- [6] 春山真一郎, ”ソフトウェア無線”, 信学技報 DSP2000-75,SST2000-34,2000
- [7] 金ミン錫, “A Study Of Implementation Of Digital Signal Processing For Adaptive Array Antenna”, 横浜国立大学工学研究科新井研究室,平成14年度修士論文
- [8] 関清三,デジタル変復調の基礎,オーム社,2001
- [9] Inter face, ”期待が高まるデジタル通信技術の基礎 ”, Oct.2001
- [10] 足立修一, MATLAB によるデジタル信号とシステム,東京電機大学出版局,2002
- [11] 辻嘉樹,レクロイのデジタルオシロスコープ 入門シリーズ,レクロイジャパン株式会社,2003
- [12] TELEC 研究開発部, ”ソフトウェア無線と TELEC ”, TELEC ニュース,2003年4月
- [13] 武部幹,回路の応答,コロナ社,昭和56年

[14] AD9430 Datasheet , Analog Device , 2002

[15] AD6640 Datasheet , Analog Device , 1998