修士論文

マルチパス環境におけるビームフォーマ法を用いた波数及び到来方向の推定に関する研究

A Study of DOA and Number of Waves Estimation under Multipath Environments Using Beamformer Methods

指導教官　新井 宏之　教授

平成16年2月10日提出

横浜国立大学大学院　工学府　物理情報工学専攻
電気電子ネットワークコース
02GD156　**松崎 枝里子**

要約

様々な通信技術の発展により，今日の社会において移動体通信は多大な役割を担っている．そうしたことを背景に，移動通信においてより大容量で高速な移動にも耐性がある通信技術が求められている．陸上移動通信においては，陸上の建物により電波の反射，回折，散乱が起こり，電波は多数のパスとなって伝搬する．このような環境において，より高性能な通信を行うためには伝搬構造を詳細に把握し，それをもとに何らかの策を講じることが必要である．上記のような複雑な環境において，超分解能と言われる到来方向推定手法であるMUSIC法を持ってしても，必ずしも正しい到来方向が得られない．MUSIC法を行うには正しい到来波数の情報が必要であるのに，従来からの固有値展開に基づく到来波数推定手法では正しい値が得られないからである．

本論文ではそうした問題点を改善するため，マルチパス環境下においても正しい波数を推定する手法を提案する．具体的には，到来方向推定アルゴリズムとして知られるビームフォーマ法からビームフォーマスペクトラムを得て，そのピークのうち予め設定した閾値を超えるものの数から到来波数を求めるという手法である．本論文では角度広がりのない環境及びある環境について提案波数推定手法と従来法の比較を行い，提案手法の有効性を示す．

別のアプローチからの検討として，本来は到来方向推定手法であるビームフォーマ法に指向性合成を加えた改良手法を考案した．ビームフォーマ法では一様励振指向性パターンのメインローブによって電力の大きくなる方向をサーチするため，指向性パターンのサイドローブによってたまたま大きな電力を受信したように見える方向が存在してしまう．改善するためには，指向性パターンのサイドローブレベルをできるだけ低くすることが必要である．そこで，本論文ではドルフチェビシェフアレーを用いる手法を提案する．またさらに，アルゴリズムを高速処理に適したデバイスであるFPGAによって実装することを考慮し，ビットシフト操作のみで重み付けを行い指向性を合成する手法も検討する．そしてこれらの処理を施すことによって，通常のビームフォーマ法よりも到来方向推定精度及び波数推定成功率を上げることができることを示す．

目 次

第 1 章　序論　1

1.1 背景 1
1.2 到来方向推定及び波数推定の従来法と問題点 3
1.2.1 アレーアンテナモデル 3
1.2.2 到来方向推定の従来法 5
1.2.3 到来波数推定の従来法 8
1.3 目的と論文の構成 9

第 2 章　マルチパス環境における波数および到来方向の推定　11

2.1 ビームフォーマ法による波数推定 11
2.1.1 原理 11
2.1.2 マルチパスモデルとシミュレーションの諸元 13
2.2 提案する波数推定手法の評価 16
2.2.1 基本特性　〜閾値の設定〜 16
2.2.2 従来法との比較 18
2.2.3 素子間相互結合の影響 21
2.3 ビームフォーマ法による波数推定に基づいた到来方向推定 22
2.3.1 到来方向推定精度の評価法 22
2.3.2 到来方向推定精度の比較 25

第 3 章　角度広がりのある環境での波数および到来方向の推定　29

3.1 角度広がり伝搬環境のモデリング 29
3.2 角度広がりのある場合の波数推定 32
3.2.1 シミュレーションの諸元 33
3.2.2 角度広がりの影響 33
3.3 角度広がりのある場合の到来方向推定 36

3.3.1 評価方法 36
3.3.2 角度広がりのある場合の到来方向推定精度 37

第 4 章 ドルフチェビシェフ・ビームフォーマ法の導入 43

4.1 ドルフチェビシェフ・ビームフォーマ法 43
4.1.1 ドルフチェビシェフアレー 44
4.1.2 チェビシェフ指向性のサイドローブレベルと分解能 45
4.2 ビームフォーマ法およびドルフチェビシェフ・ビームフォーマ法の実装 . . 46
4.2.1 ビットシフトのみによる指向性合成 47
4.2.2 ビームフォーマ法の離散フーリエ変換による実現 48
4.3 指向性合成したビームフォーマ法の評価 52
4.3.1 波数推定成功率の比較 52
4.3.2 到来方向推定精度の比較 54
4.3.3 MUSIC 法を用いる手法との比較 60

第 5 章 結論 62

謝辞 64

発表文献 65

参考文献 66

付録 A 空間平均法 69

付録 B MUSIC 適用条件と過剰推定の理論 71

第 1章

序論

1.1 背景

様々な通信技術の発展により，移動体通信は今日の社会において多大な役割を担うまでに成長している．例えば携帯電話などのモバイル端末では，音声通話に加えてデータ通信を行うことが一般的になっており，より大容量で高速な移動にも耐性がある通信技術が求められている．通常陸上移動体通信においては，図 1.1 に示したように陸上の建物により電波の反射，回折，散乱が起こり，多数のパスとなって伝搬する [1]．特に移動局から発せられる電波は付近の建物など多数の散乱体に反射するため散乱を起こし，その散乱体からの電波が基地局へと入射するため角度広がりと呼ばれる現象が起こる [2]．またこの現象は，移動局近傍の建物群の間を通り抜けた電波が遠方の散乱物に反射してから，基地局へ入射する場合にも起こると考えられる [3]．結果として移動通信では直接波や遅延波，他セルからの干渉波などが混在する非常に複雑な多重波伝搬となり，その結果フェージングが生じ通信品質の劣化が起こる．このような環境において，より高性能な通信を行うためには伝搬構造を詳細に把握することが必要である．伝搬構造を表すパラメータの中でも，特に重要と言えるのは電波の到来方向 (DOA:Direction Of Arrival) である．到来方向の情報を得ることができれば，それに基づいてより高度な通信を行うことができる．

例えば，到来方向推定に基づいたアダプティブアレーアンテナが考えられる．アダプティブアレーアンテナとは，アレー状に配置した複数個のアンテナ素子からの受信信号を解析し，それに基づき素子各々の振幅位相ウエイトを独立に操作するものである．アレーアンテナの指向性を時々刻々と変化する環境に適応するように制御することによって，図 1.2 のように通信品質を劣化させる原因である干渉波を抑圧しつつ，送受信を行うということが可能となる．移動通信の複雑化に伴い，アダプティブアレーアンテナに関する研究開発が盛

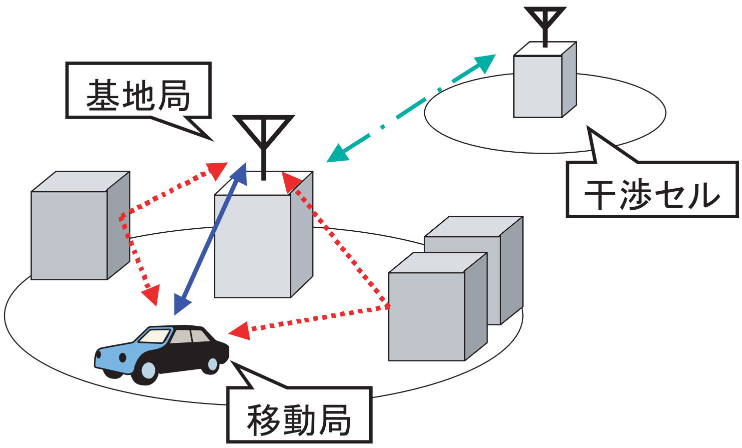


図 1.1 : 多重波伝搬のしくみ

んに行われてきた [4]-[8]．様々な方式がある中，DOA 推定に基づいたアダプティブアレーアンテナが提案されている [9]-[12]．DOA 推定に基づいたアダプティブアレーアンテナでは，到来方向から所望波方向と干渉波方向を取り出して，アレーアンテナ指向性を所望波方向には指向性のピークを向け，干渉波にはヌルを向けるようにウエイトを決める．アダプティブアレーアンテナとしては他にも，最小 2 乗誤差に基づきアレー振幅，位相を最適化していく MMSE アダプティブアレーや，包絡線を一定値に保つよう最適化を行う CMA アダプティブアレーなどが提案されているが [8]，それらは受信信号から直接的にアレー素子ウエイトを求めるため，ウエイトはあくまでも受信した周波数について最適化されている．そのため上りと下りで周波数の違う周波数分割複信（FDD）方式ではこういったアルゴリズムは使用できない．それに対し DOA 推定に基づいたアダプティブアレーアンテナは，FDD 方式のシステムにも適用できる．この点で，到来方向推定に基づくアダプティブアレーは柔軟性があるシステムだと言える．

伝搬環境を正確に把握できるようになれば，基地局配置をより効率的かつ効果的に行えるようになり，移動通信システムの設計に大いに役立つ．また，到来方向の推定は発信者の位置推定とみなすこともできるため，電波監視システムへ応用することも考えられる．商用サービスとしては，到来方向からユーザーの現在の位置を推定し，位置情報に応じた情報の提供をするということも可能となる．このように様々なアプリケーションが到来方向推定技術を必要としており，実環境において精度の高い到来方向推定を早急に実現することが重要である．

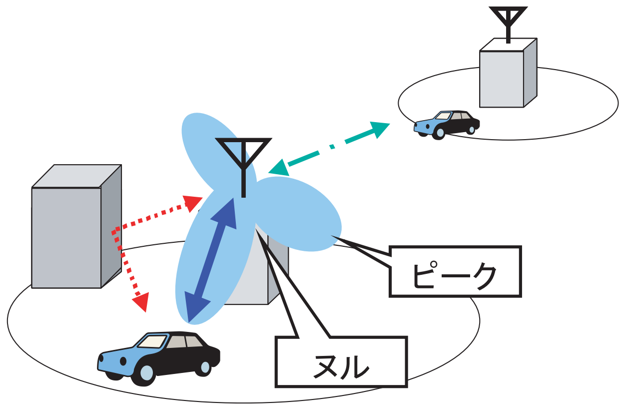


図 1.2 : アダプティブアレーアンテナの動作

1.2 到来方向推定及び波数推定の従来法と問題点

アレーアンテナを用いた電波の到来方向推定のアルゴリズムとしては，様々なものが提案されており，最も古典的なフーリエ変換を原理とするビームフォーマ (Beamformer) 法や，固有値展開を用いた MUSIC(MUltiple SIgnal Classification) 法，最尤推定法に基づく手法などがある [13]．最尤推定法については計算量が極めて多大でありリアルタイム推定ができないのに加えて，精度が与える初期値に依存してしまうという不安定性も持ちあわせているため前節で挙げたようなアプリケーションには不向きである．本論文は，基地局アダプティブアレーアンテナや電波監視システムなどリアルタイム性を重視した到来方向推定手法の開発を目的とするため，多重波伝搬環境においてより計算量を少なく抑えて到来方向の推定を行うという前提のもとで検討を進める．よって最も計算負荷が小さいビームフォーマ法と，超分解能と言われ非常によく知られた MUSIC 法に注目する．波数推定の手法は最尤法に基づく MDL(Minimum Description Length) や AIC(Akaike Information Criteria) などが提案されている [13]．共に受信信号の固有値分解に基づく手法で，ここでは MDL 法について述べる．

1.2.1 アレーアンテナモデル

アレーアンテナによる信号処理を扱う場合，行列やベクトルを用いると非常に簡易に信号を表現することができ，便利である．本論文中でも全て行列やベクトル演算の形によってアルゴリズムの説明等を行う．図 1.3 に示すような等間隔リニアアレーアンテナのモデ

ルを使って説明する．ただし本論文では，信号帯域が搬送波周波数よりも十分狭いという仮定のもとで検討を行う．図 1.3 は間隔 d で並ぶ M 素子のアレーアンテナに，到来角 θ_l の

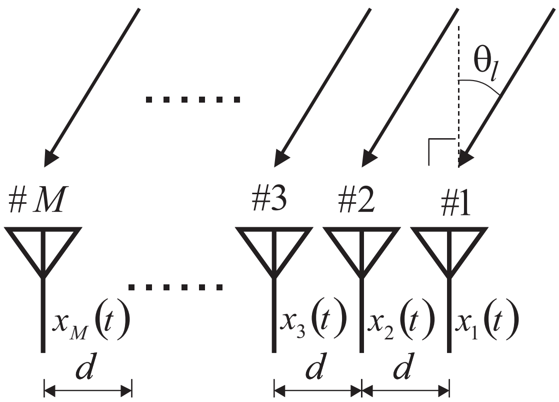


図 1.3 : 等間隔リニアアレーアンテナのモデル

平面波が入射する様子を表す．到来波が L 波入射するとした場合，それぞれの信号波形と到来角を $F_l(t)$, $\theta_l(l = 1, 2, ..., L)$ と表した場合，それぞれの方向ベクトル $a(\theta_l)$ は第 1 番目のアレーで受信される信号の位相を基準にすると，次のように表せる．

$$a(\theta_l) = [1, \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_l), ..., \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d\sin\theta_l)]^T \tag{1.1}$$

これを用いると，各素子で受信されるアレー入力信号ベクトル $X(t)$ は次のように表現できる．

$$X(t) = AF(t) + N(t) \tag{1.2}$$

$$A = [a(\theta_1), a(\theta_2), ..., a(\theta_L)] \tag{1.3}$$

$$F(t) = [F_1(t), F_2(t), ..., F_L(t)]^T \tag{1.4}$$

上式において，$N(t)$ は各素子で観測される熱雑音ベクトルである．ここで，素子間の入力信号の相関特性（コヒーレンス）を表す相関行列 R_{xx} は以下のように定義される [8].

$$\begin{aligned} R_{xx} &= E[X(t)X^H(t)] \\ &= ASA^H + \sigma^2 I \end{aligned} \tag{1.5}$$

$$S = E[F(t)F^H(t)] \tag{1.6}$$

ここで $E[\cdot]$ は期待値（アンサンブル平均）を求める操作を表す．S は信号相関行列と呼ばれる行列で，到来波がすべて互いに無相関であれば角到来波の入力電力を対角成分とし，その他の要素は全て 0 となる．

1.2.2 到来方向推定の従来法

ここでは次章以降の基盤知識となるビームフォーマ法および MUSIC 法の原理と問題点について簡単に説明する．

(a) ビームフォーマ (Beamformer) 法

ビームフォーマ法はもっとも基本的な手法で，図 1.4 に示したような一様励振アレー指向性のメインローブ（メインビーム）を全方向に走査させ，アレーの出力電圧の変化を角度分布（角度スペクトラム）としてプロットし，そのピークから到来方向と到来波の電力を読み取るというものである．メインローブの方向を θ 方向に傾けるためには，共相条件により各アレーのウエイトを

$$a(\theta) = [1, \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta), ..., \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d\sin\theta)]^T \tag{1.7}$$

とすればよい．$a(\theta)$ はモードベクトルと呼ばれる．このモードベクトルを用いて，各 θ に対するアレー出力電力値は

$$P_{out}(\theta) = \frac{1}{2}a^H(\theta)R_{xx}a(\theta) \tag{1.8}$$

という θ の関数として表され，通常はこれを正規化した

$$P_{BF}(\theta) = \frac{P_{out}}{a^H(\theta)a(\theta)/2} = \frac{a^H(\theta)R_{xx}a(\theta)}{a^H(\theta)a(\theta)} \tag{1.9}$$

をビームフォーマ法による角度スペクトラムと呼ぶ．こうして得られたスペクトラムのピークから到来方向と到来波の電力を読み取ることができる．また，ビームフォーマ法は図 1.4 で示したような一様励振パターンのみでなく，後に第 4 章で説明するように，合成した指向性パターンを用いてビーム走査を行うことも可能である．しかし分解能がメインローブの幅に依存するため，次に述べる固有値分解を用いた MUSIC 法と比較すると分解能が低い．

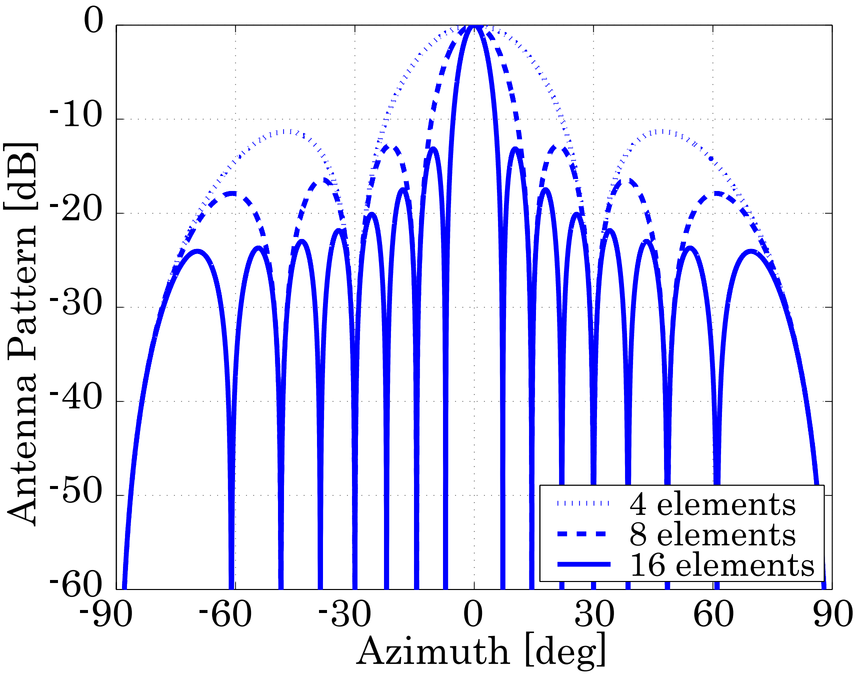


図 1.4：一様励振アレーの指向性

(b) MUSIC 法

MUSIC(MUltiple SIgnal Classification) 法は受信信号の相関行列 R_{xx} の固有値，固有ベクトルを用いる手法であり，単純なビーム走査であるビームフォーマ法に比べて分解能が高い．ここではその原理について簡単に述べる．1.2.1 節で述べたように，受信信号の相関行列 R_{xx} は式 (1.6) より

$$
\begin{aligned}
R_{xx} &= E[X(t)X^H(t)] = ASA^H + \sigma^2 I \\
S &= E[F(t)F^H(t)]
\end{aligned} \tag{1.10}
$$

である．このとき相関行列 R_{xx} はランク L のエルミート行列となり，その固有値 $\lambda_i(i = 1, 2, \cdots, M)$ と固有ベクトル $v_i(i = 1, 2, \cdots, M)$ により分解することができる．

$$
\begin{aligned}
R_{xx} &= ASA^H + \sigma^2 I \\
&= V\Lambda V^H
\end{aligned} \tag{1.11}
$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_M \end{bmatrix} \tag{1.12}$$

$$V = [v_1, v_2, \cdots, v_M] \tag{1.13}$$

このように R_{xx} に対して固有値分解を行うと，固有値 λ_i と固有ベクトル v_i が得られる．このとき R_{xx} の固有値は

$$\lambda_1 \geq ... \geq \lambda_L \geq \lambda_{L+1} = ... = \lambda_M = \sigma^2 \tag{1.14}$$

となることが知られている [13]．ここで熱雑音電力に等しい $M-L$ 個の固有値に対応する固有ベクトルで張られる空間を雑音空間，熱雑音より大きい L 個の固有値に対応する固有ベクトルで張られる空間を信号空間と呼び，これらは互いに直交補空間の関係にある．これを用いると相関行列 R_{xx} は次のように分けることができる．

$$R_{xx} = V_s\Lambda_s V_s^H + V_u\Lambda_u V_u^H \tag{1.15}$$

$$= V_s\Lambda_s V_s^H + \sigma^2 V_u V_u^H \tag{1.16}$$

$$V_s \equiv [v_1, \cdots, v_L], V_u \equiv [v_{L+1}, \cdots, v_M] \tag{1.17}$$

ここで Λ_s は 1 から L 個までの固有値を対角成分に持ち，それ以外は全て 0 である行列, Λ_u は $L+1$ から M 個までの固有値を対角成分に持ち，それ以外は全て 0 である行列である．式 (1.10) と式 (1.17) の両辺に V_u と V_u^H を左右からかけて整理すると，

$$V_u^H A = 0 \tag{1.18}$$

が導かれ，これより雑音空間のベクトルと行列 A を構成している到来方向の方向ベクトルが直交することがわかる．このことを利用したのが MUSIC 法で，式 (1.7) で表されるモードベクトルの変数 θ を変化させ，雑音ベクトルとの内積が 0 となる角度が到来方向ということになる．MUSIC 法でも前節のビームフォーマのように，スペクトラムを定義してそのピークから到来方向を推定する．ただし，ビームフォーマと違いピークの高さと到来波の電力は無関係なので，電力については別途計算する必要がある．

$$P_{MUSIC} = \frac{a^H(\theta)a(\theta)}{a(\theta)^H \hat{V_u}\hat{V_u^H} a(\theta)} \tag{1.19}$$

$\hat{}$ は推定値の意味

ここまでは到来波は全て無相関という前提で説明をしてきたが，到来波の中に相関波が存在する場合は信号（波源）相関行列 S のランクが L よりも小さくなり，MUSIC 法による推定が正しく行えない．そうした場合は，空間平均法 [8] により相関抑圧を行い信号相関行列 S のランク回復をした上で MUSIC 法を行う必要がある．空間平均法の詳細については付録 A を参照されたい．

1.2.3 到来波数推定の従来法

前小節では到来方向推定手法であるビームフォーマ法と MUSIC 法の原理を述べた．ここでは到来波数の推定手法について述べる．ビームフォーマ法では原理上受信信号以外の情報は全く必要なく，式 (1.9) のスペクトラムを計算すれば到来方向が求められるが，MUSIC 法に関しては到来波数の情報が必要となる．前小節より MUSIC スペクトラムを計算する際に用いる雑音空間ベクトル $v_i(i = L+1, \cdots, M)$ が必要であるが，この雑音固有ベクトルは L が既知でなければ求めることができない．しかし一般的に到来する波の数は未知であるので，何らかの方法によって到来波数を推定する必要がでてくる．

前節で相関行列 R_{xx} の固有値が，式 (1.14) のように雑音電力より大きい L 個の固有値と雑音電力と等しい $M-L$ 個の固有値に分けられることは既に述べた．この性質より，単純に固有値の大小を比較して到来波数 L を求めることも可能だが，SNR(Signal to Noise Ratio) が低い場合やデータ数が十分でない場合にはうまく推定できない．そこで，最尤法に基づいて評価関数を設けてより正確に判定する AIC(Akaike Information Criteria) や MDL(Minimum Description Length) が提案されている．ここでは MDL 規範の手法について簡単に説明する．

MDL では式 (1.20) のような評価関数 $MDL(k)$ を用いて判定を行う．

$$\begin{aligned} MDL(k) &= -2N(M-k)\ln\delta(k) + k(2M-k)\ln N \\ \delta(k) &= \left(\prod_{i=k+1}^{M}\hat{\lambda}_i\right)^{\frac{1}{M-k}} \Bigg/ \left(\frac{1}{M-k}\sum_{i=k+1}^{M}\hat{\lambda}_i\right) \end{aligned} \tag{1.20}$$

N はデータ数，$\hat{\lambda}_i$ は受信信号の相関行列から得られた固有値である．評価関数 $MDL(k)$ を最小にする k が波数であると推定される．この波数推定手法も MUSIC 法と同様，相関行列の固有値分解に基づいた手法だと言える．固有値分解に基づく手法では，前小節でも述べたように全ての到来波が無相関波である場合には問題ないが，相関波が存在する場合正しい推定は行うことができない．対策として相関を抑圧する空間平均法があるが，実際のマルチパス環境下では非常に多くの相関波が存在しており，かなり不正確な結果となって

しまう．これが固有値分解を用いる波数推定手法の大きな問題点である．

1.3 目的と論文の構成

前節で到来方向および波数の推定について従来手法の問題点を述べた．超分解能と言われる信号相関行列の固有値解析に基づく MUSIC 法は，到来波数の推定を行う必要があり，その結果によって到来方向精度が大きく左右される．波数推定の手法は角度広がりをともなう実際のマルチパス環境やアレーアンテナの素子間相互結合が存在する場合，必ずしも伝搬環境に対応した値が得られない．

古典的手法であるビームフォーマ法は，到来方向推定手法としては分解能が比較的低いが，アルゴリズムの実装を考慮すると複雑な固有値分解等を行う手法と比較して非常に計算負荷が小さいと言える．またビームフォーマ法は離散フーリエ変換と原理は同じであり，FPGA(Field Programmable Gate Array) による実装に非常に適している．FPGA とは高速，低消費電力で動作するデバイスで，移動通信システムのようなリアルタイム性を重視するシステムの開発に適しておりアダプティブアレーアンテナの開発などに用いられることも多い．ビームフォーマ法は固有値解析に基づく手法と違い，相関・無相関の影響は全く受けないため，実環境下では他の手法に比べてむしろロバストであると考えられる．しかしながら，実際のマルチパス環境モデルを用いてのビームフォーマ法の詳しい検討はなされていない．

本論文ではビームフォーマ法による波数推定を行い，それを MUSIC 法に適用する手法を提案する．ビームフォーマ法による波数推定法とは，ビームフォーマ法によって計算されたスペクトラムにある閾値を設定し，それを超えるピーク数を数えるという簡易なものである．この手法によって角度広がりの存在するマルチパス環境において効果的な波数推定を行い，推定された波数を MUSIC 法に適用することで結果的に精度の良い DOA 推定を行うことができると考えられる．また，ビームフォーマ法を本来の目的である到来方向推定精度に用いた場合に起こる問題を解決するべく，指向性合成を用いたビームフォーマ法を提案する．具体的にはアレー素子それぞれの信号に振幅係数をかけることにより，到来方向推定に適するように合成する．振幅に重み付けをして指向性を制御したフェーズドアレーアンテナが提案されているように，到来方向推定アルゴリズムに指向性合成を適用することを考えたのである．合成した指向性によって到来方向推定精度や，波数推定の成功率が改善できるかを検討する．

本論文の構成を以下に示す．第 1 章で研究の背景と目的を明らかにし，第 2 章以降の予

備知識となるアレーアンテナモデルや到来方向および波数の推定アルゴリズムについて基本的な原理と特性を説明した．第2章では提案する波数推定法の原理を説明し，角度広がりを無視したマルチパスモデルを用いて，従来法との比較を行う．得られた波数推定結果を用いてMUSIC法による到来方向推定を行い，従来法による波数推定結果を用いた場合と比較する．次に第3章では，第2章で考察した内容を角度広がり環境において再び検証する．次の第4章では，固有値分解を用いない，より高速な到来方向推定手法の開発を目的として，ビームフォーマ法の改良を検討する．具体的には指向性合成を取り入れ，まずドルフチェビシェフアレーを用いた波数および到来方向推定手法を提案する．また，それをさらに実装し易く改良したビットシフトによる重み付けを利用したビームフォーマ法の検討を行い，通常のビームフォーマ法や第2章と第3章で提案される手法との比較を行う．そして最後の第5章において，本論文の結論を述べる．

第 2 章

マルチパス環境における波数および到来方向の推定

2.1　ビームフォーマ法による波数推定

前章で述べたように，ビームフォーマ法はアレーアンテナによる最も基本的な到来方向推定手法である．計算量は少ないが，指向性のメインビームによる走査を原理とするため分解能はビーム幅に直接依存し，MUSIC 法と比較して分解能は低い．しかし MUSIC 法を用いるには波数の推定を適確に行う必要があるが，実際の環境ではアレーの素子間相互結合が存在したり，伝搬環境については非常に多数の相関波が存在するマルチパス環境となるため，固有値展開に基づく MDL 法の精度はかなり劣化する．精度の劣化を防ぐには何らかの対策が必要となる [15]．本論文では固有値展開を用いずに，比較的ロバストであると考えられるビームフォーマ法を，到来方向推定手法としてではなく波数の推定として用いる手法を提案する．

2.1.1　原理

提案手法の原理はビームフォーマ法によって式 (1.9) の角度スペクトラムを計算し，そのピーク数を数えるという単純な方法である．しかし全てのピークが到来波に対応しているわけではなく，その一部はアレー指向性のサイドローブによって偶然ピークとなったに過ぎない．例えば図 1.4 に示したように，一様励振指向性パターンはメインローブの他に多数のサイドローブを持つ．このサイドローブによってメインローブを向けた方向以外の信号も受信してしまうため，到来方向ではないにもかかわらず，ピークが現れる．本論文ではこ

ういった偽のピークを擬似ピークと呼ぶことにする．擬似ピークを除外するために，図 2.1 のように閾値を設定してその値より大きい電力を持つピークのみ到来波とみなし，それ以下の電力を持つピークについては到来波ではないとみなす手法を提案する．ただし，ビームフォーマスペクトラムは最大の電力を持つピークの値で正規化したものとする．提案手

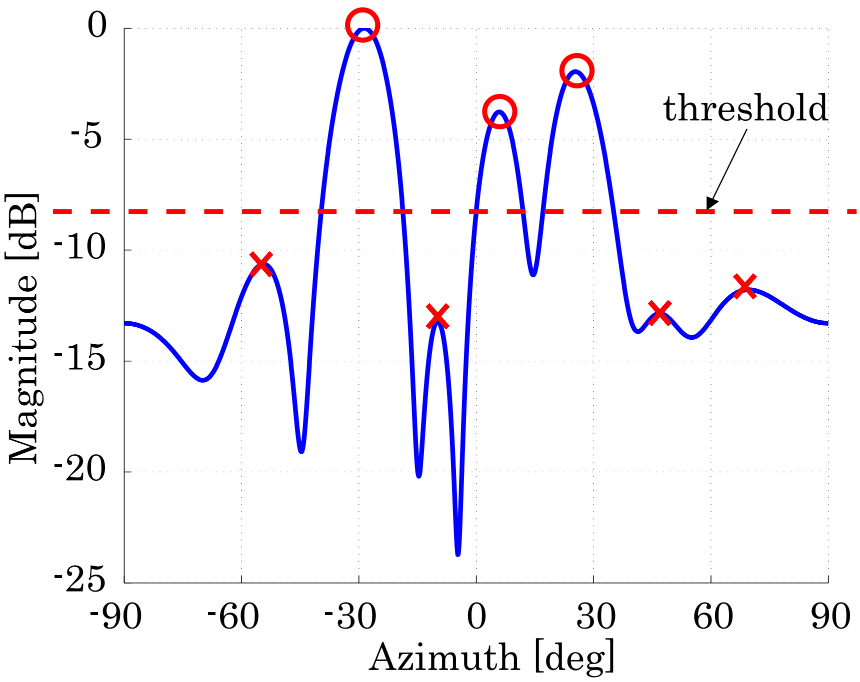


図 2.1 : ビームフォーマスペクトラムを用いた波数推定

法では，原理上到来波か否かを判定する閾値の設定によって精度が変化する．そこでまずは閾値の設定について考察を行う必要がある．一様励振指向性パターンの第一サイドローブレベルは素子数に関わらずメインローブレベルを基準として約-13dB であるので [16]，到来波が 1 波のみの場合は擬似ピークレベルも-13dB 以下に抑えられるはずである．よってこれだけを考えると，閾値は約-13dB 強が適切であるということになる．しかし複数の波が到来する場合はどうであろうか．例として到来波 2 波の場合についてビームフォーマスペクトラムについて考える．簡単のため内部雑音がないと仮定すると，相関行列 R_{xx} は

$$R_{xx} = P_1 V_1 V_1^H + P_2 V_2 V_2^H = ASA^H \tag{2.1}$$

$$V_1 = a(\theta_1), V_2 = a(\theta_2) \tag{2.2}$$

$$A = [V_1, V_2] \tag{2.3}$$

$$S = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

と表せる．P_1, P_2 は各到来波の電力である．よってこのときのビームフォーマスペクトラム $P_{BF}(\theta)$ は式 (1.9) より

$$
\begin{aligned}
P_{BF}(\theta) &= \frac{P_1|a^H(\theta)V_1|^2}{a^H(\theta)a(\theta)} + \frac{P_2|a^H(\theta)V_2|^2}{a^H(\theta)a(\theta)} & (2.5)\\
&= MP_1\left[\frac{\sin\{\frac{M\pi d}{\lambda}(\sin\theta - \sin\theta_1)\}}{M\sin\{\frac{\pi d}{\lambda}(\sin\theta - \sin\theta_1)\}}\right]^2 + MP_2\left[\frac{\sin\{\frac{M\pi d}{\lambda}(\sin\theta - \sin\theta_2)\}}{M\sin\{\frac{\pi d}{\lambda}(\sin\theta - \sin\theta_2)\}}\right]^2 & (2.6)
\end{aligned}
$$

となる．式 (2.6) の各項は θ_1 方向にメインビームを向けた一様励振アレーパターンと θ_2 方向に向けたパターンとなっており，これより複数波が到来する場合のビームフォーマスペクトラムはそれぞれの到来波方向にメインローブを持つ一様励振指向性パターンの重ね合わせとなることがわかる．この合成具合によっては，擬似ピークの電力値は必ずしも-13dB 以下にはならない．また非常に弱い到来波に関しては，擬似ピークよりも小さなピークとなって現れる可能性もある．このようなことから，到来波と偽ピークを区別するための閾値は閾値と提案手法で推定される波数の関係を調査した上で設定する必要がある．

2.1.2 マルチパスモデルとシミュレーションの諸元

本論文では，実際の伝搬環境を模擬したモデルによって提案手法の評価を行っていく．ここではそのマルチパスモデルとシミュレーションの諸元について説明する．序論でも述べたように，陸上移動通信では建物などによる電波の反射，散乱によって相関の高いマルチパスが生じる．移動局の移動によりドップラーシフトが起こり，結果としてフェージングが生じる．ドップラーシフトを考慮したマルチパスモデルを図 2.2 に示す．

図 2.2 に示したモデルで，到来波の各素波（波源）の信号が全部で L 波とし，これらを複素到来信号ベクトル $s_c(t)$ として表現すると，式 (2.7) のようになる [17]．

$$
s_c(t) = \exp(j\zeta(t))\begin{bmatrix} \sqrt{P_1}\exp j\{2\pi[f_c + f_D\sin\theta_1]t + \alpha_1\} \\ \sqrt{P_2}\exp j\{2\pi[f_c + f_D\sin\theta_2]t + \alpha_2\} \\ \vdots \\ \sqrt{P_L}\exp j\{2\pi[f_c + f_D\sin\theta_L]t + \alpha_L\} \end{bmatrix} \qquad (2.7)
$$

ここで，$\exp(j\zeta(t))$ は変調シンボル，$P_l(l = 1, 2, ..., M)$ は各素波電力，f_c はキャリア周波数，$f_D = vf_c/c$ は最大ドップラー周波数,（v は移動体速度，c は光速），θ_l は図の向きに定義した各素波の到来方向，α_l は各素波の初期位相である．なお，移動体速度は時刻に依存しない一定値とする．l 番目 $(l = 1, 2, \cdots, L)$ の素波は移動体の移動によるドップラー効果によって到来角に応じた周波数偏移 $f_D\sin\theta_l$ を受ける．これらの各素波が多数重なること

により受信信号にフェージングが起き，その振幅は大きく変動する．各素波について初期位相がランダムの場合に，受信信号の電力はレイリー (Rayleigh) 分布則に従って変動する [1]．例として，式 (2.7) の信号ベクトルを用いて $L = 8$ 個のサイン波が到来し 8 素子のアレーアンテナで受信を行った場合の，各素子での受信信号電力を重ねてプロットしたものを図 2.3 に示す．図は累積確率分布表示となっており，横軸は実効値によって正規化をした電力値を示す．どの素子で受信した信号電力の累積確率分布もほぼレイリー分布となっており，図 2.2 のモデルによりレイリーフェージング波を生成できることがわかる．この章では以降，マルチパスモデルとして図 2.2 を用いてシミュレーション等を行っていく．

表 2.1 に本論文における共通のシミュレーションの諸元を示す．固有値展開を用いる手法による波数推定及び到来方向推定も比較のために行うため，相関行列 R_{xx} の相関度を抑圧する空間平均法およびサブアレーについても記した.（空間平均法については，付録 A を参照のこと.）スナップショット数とは，1 回の試行で用いるデータの長さである．また角度範囲とは，ビームフォーマ法でビーム走査を行う範囲のことである．その範囲以外からの到来波は受信しないと仮定する．本論文では，到来角を様々に変化させて統計的に結論を導くために到来角は基本的にランダムで与える．しかし到来角の間隔が狭い場合や広い場合で比較を行うために，基本的には最近接角度を設定し，ランダムに設定した到来角がその最近接角度よりも近づいた場合，新たに設定をし直すという操作を行うこととする．

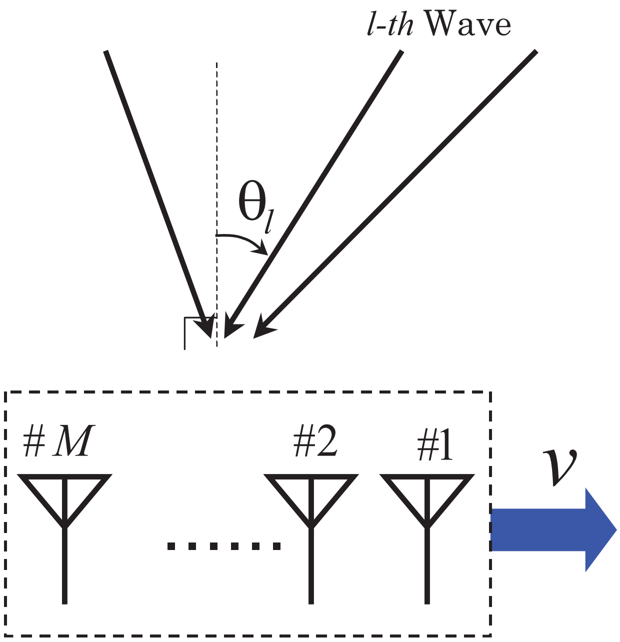


図 2.2：マルチパスモデル

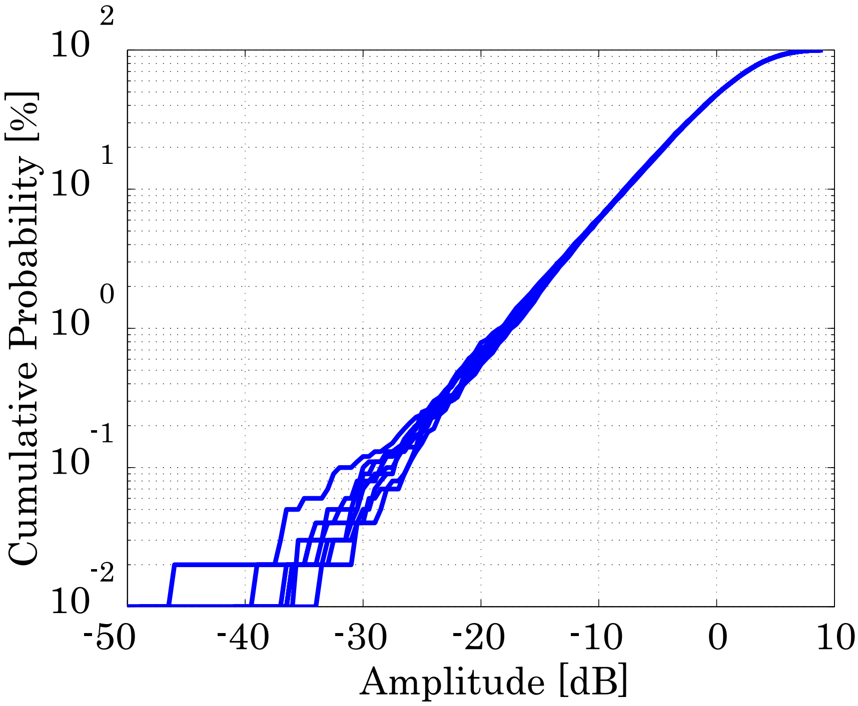


図 2.3 : 累積確率分布

表 2.1 : 共通シミュレーション諸元

信号	無変調正弦波
キャリア周波数	2[GHz]
移動速度	40[km/h]
アレー形状	8 素子リニア
素子間隔	0.5λ
サブアレー素子数	6
空間平均	F/B 空間平均法
角度範囲	−60〜60[deg]
スナップショット数	100[sample]

2.2 提案する波数推定手法の評価

ここでは，前節で提案したビームフォーマ法によって得られたスペクトラムを用いた波数推定手法について評価を行う．角度広がり伝搬は特に考慮せずに，伝搬モデルには前節で説明したものを用いて検討を行う．以後は，ビームフォーマ法を BF 法と略記することとする．

2.2.1 基本特性 〜閾値の設定〜

まずはじめに，基本特性の評価を行う．提案手法ではサイドローブによってできた擬似ピークを排除するために閾値を設定してから，ビームフォーマスペクトラムのピーク数を数える．よってまずは閾値をどの程度に設定するのが適切かを調査する必要がある．そこで閾値を変化させながら提案手法による波数推定を行い，推定された波数をプロットし，閾値に適した値を探す．

図 2.4 に 8 素子アレーに対して 1 波から 5 波の波が入射する場合に閾値を変化させ，それぞれの場合について推定された波数を示す．縦軸の波数は，100 回試行を行い推定された波数を平均し，最も近い整数値に切り上げ（切り下げ）た値で示している．このとき到来波の SNR は全て 20dB とし，その最近接到来角間隔 $\delta\theta_{min}$ を 26[deg]（-3dB ビーム幅の 2 倍程度）に設定した．図 2.4 より閾値が約-10dB 以下において，正しい波数が推定されていないことがわかる．これは 2.1 節でも述べたように，到来方向以外のピークレベルが上がり閾値を超えることに起因する．図 2.5 に上記条件の 4 波が到来した場合のビームフォーマスペクトラムの例を示す．これより，例えば-15dB に閾値を設定した場合波が到来していない方向の偽ピークが閾値を超えることになり，到来波数が 1 波多く推定されてしまうことがわかる．

次に，等電力ではなく非等電力の波が到来する場合について同様に波数推定を行った場合について考察する．各到来波の SNR を 10 から 20dB の間でランダムに設定した場合の波数推定結果を図 2.6 に示す．提案手法では閾値より大きい電力を持つ到来波の数のみを波数として判定する．よって原理上，閾値以下の電力の波は検出されないため，閾値が-10dB 以上の部分で結果がばらつく．また-10dB 付近においては与えた波数が正しく推定されていることがわかる．

以上の結果からもわかるように到来波の電力によって正確に判定ができる閾値は変化するため，最適な閾値を求めるのは難しい．本論文においては推定ダイナミックレンジをできるだけ広くとりたいという点と，逆にあまり閾値を低く設定すると偽のピークにより過

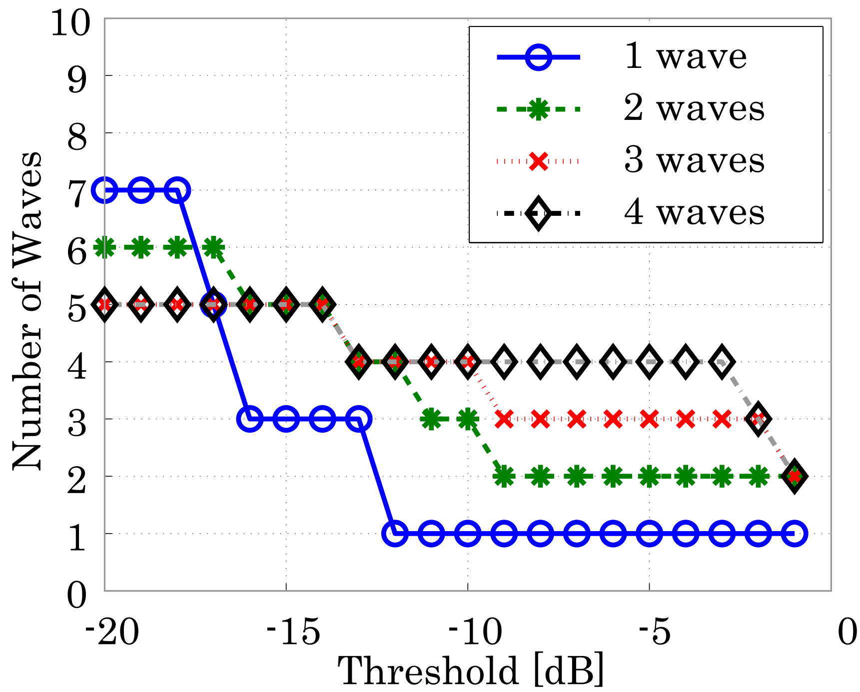


図 2.4：等電力の波が入射する場合の波数推定結果

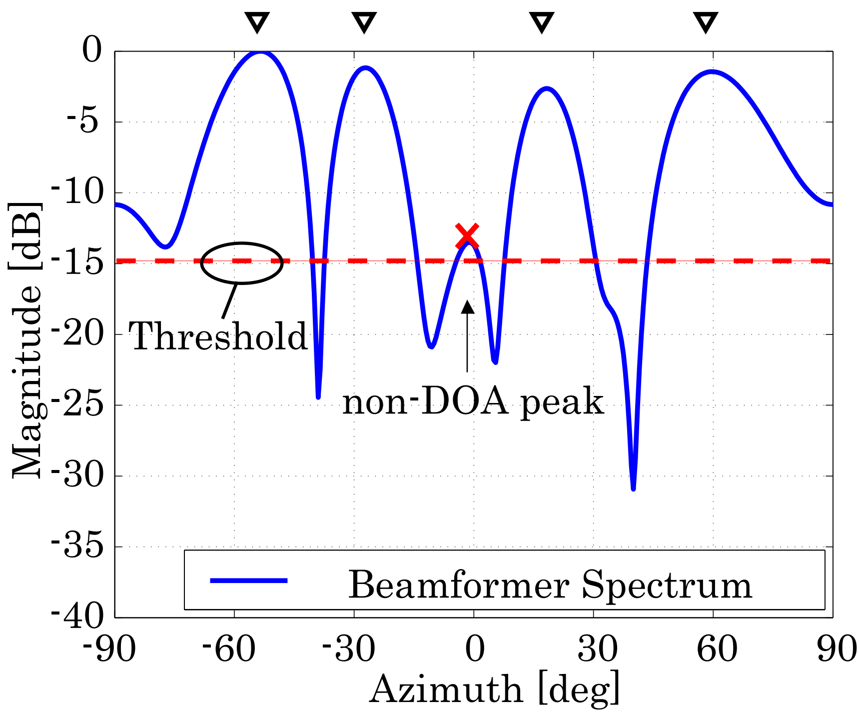


図 2.5：等電力の 4 波が入射した場合のビームフォーマスペクトラム

剰推定が起きてしまうという点を考慮して，閾値は-10dB に設定することとする．今後のシミュレーションにおいては，ビームフォーマ法による波数推定の閾値は-10dB に設定することとする．

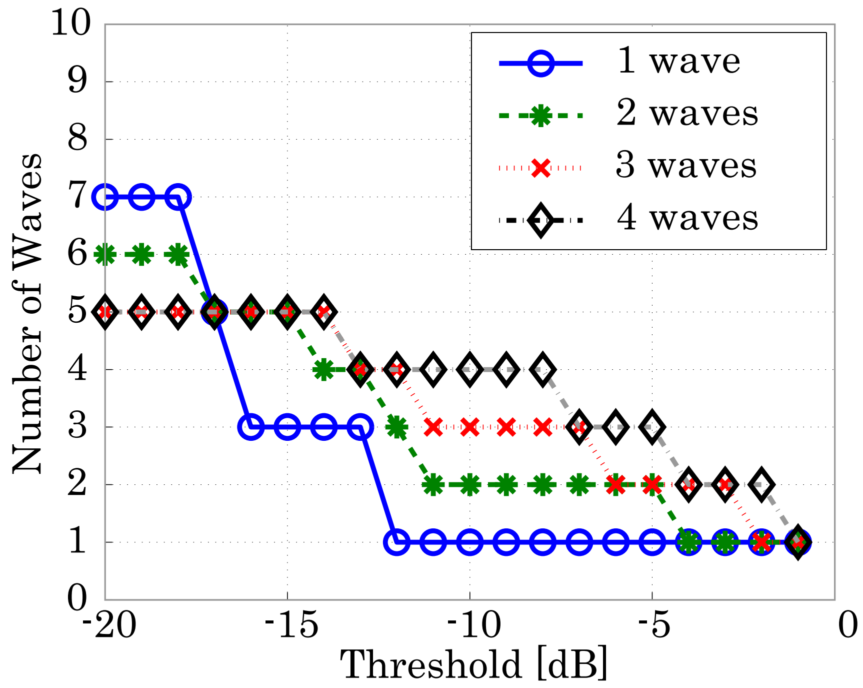


図 2.6：非等電力の波が入射する場合

2.2.2 従来法との比較

ここでは提案波数推定手法と，従来からよく用いられている MDL 法との比較を行う．到来波の電力（SNR）と到来波の間隔の最小値である最近接角度 $\delta\theta_{min}$ を表 2.2 のように変化させ，各手法の推定成功確率を求めた．ケース 1 を基準として，ケース 2 は到来波の間隔がより狭い場合，ケース 3 は電力（SNR）が弱い場合という位置付けである．結果を図 2.7～図 2.9 に示す．ただし成功確率は試行 100 回を行った上で算出したものである．

図 2.7～図 2.9 を比較すると，全体的に MDL 法の結果が良いことがわかる．到来波の間隔が狭い場合，MDL ではあまり成功率に変化がみられないのに対し，提案手法ではかなり劣化していることがわかる．これは同じアレー素子数で比較した場合に固有値分解に基づく方法よりも一様励振パターンのメインビームで方向サーチするビームフォーマ法の分解能が低いことによる．また，ビームフォーマ法では到来波数が増えるにつれ成功率が減少

している．これは到来波が増えるにつれスペクトラムが重なりあわされていき到来方向のピークがうもれてきてしまい不足推定が起きたり，偶然擬似ピークが閾値を超えて過剰推定が起きたりするためである．

ここで用いたような角度広がりのないモデルにおいては，MDL 法の結果が勝っているものの，提案手法を用いてもある程度の波数推定ができることが確認できた．

表 2.2：到来波の設定 1

	SNR	最近接角度 $\delta\theta_{min}$
ケース 1	10〜20dB	26[deg]
ケース 2	10〜20dB	13[deg]
ケース 3	0〜10dB	26[deg]

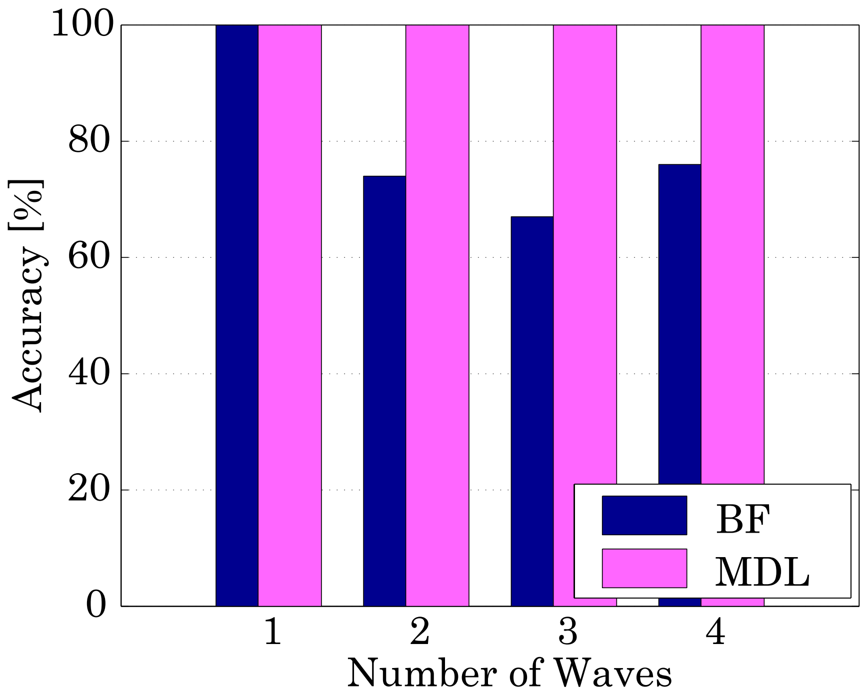


図 2.7：ケース 1 ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:10〜20dB)

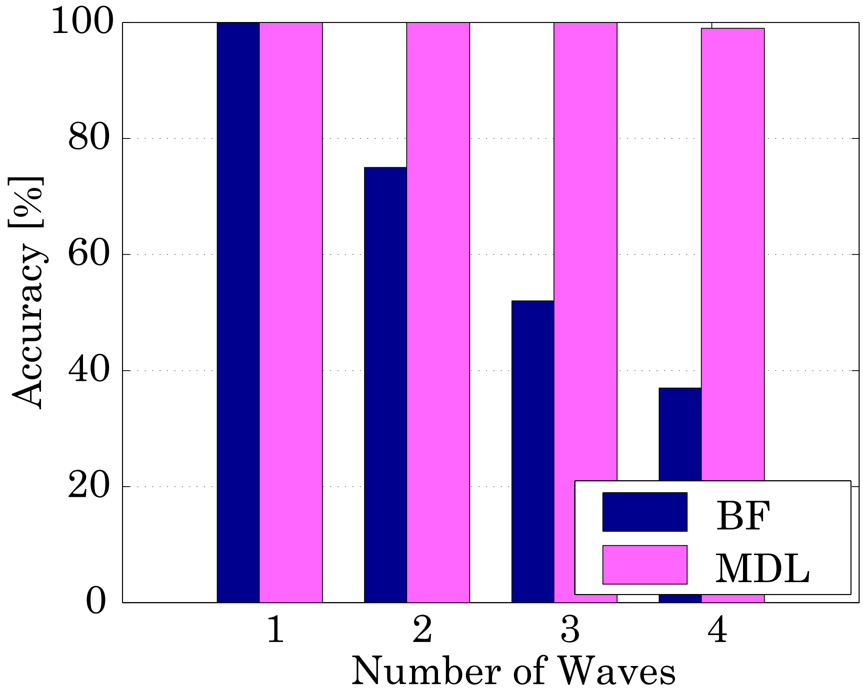


図 2.8 : ケース 2 ($\delta\theta_{min}$:13[deg], SNR:10〜20dB)

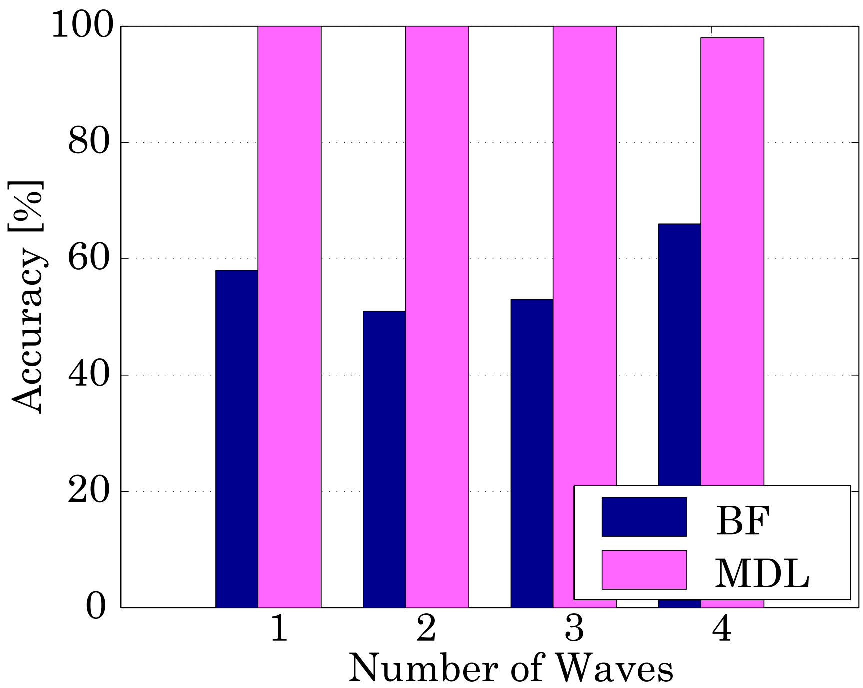


図 2.9 : ケース 3 ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:0〜10dB)

2.2.3 素子間相互結合の影響

実際のアレーアンテナには素子間に相互結合が存在する [16]．相互結合とは，近傍する素子間で電磁的に影響を与え合うことで，これによりそれぞれの素子で受信された信号に近傍素子の信号が漏れ込むことになる．当然到来方向及び波数の推定精度にも影響が出るため，より現実的な環境での評価を行うためには相互結合を考慮する必要がある．相互結合の影響を削減するために，予め到来方向が既知の波源を用いて素子間相互結合のパラメータを測定し，アレーの校正を行う検討もなされている [18]．しかしここではアレーの校正を行わないという前提のもと，提案手法と従来法について素子間相互結合への耐性を比較する．素子間相互結合を計算に入れるためには S パラメータを用いる．表 2.3 の仕様で S 行列を計算し，受信信号行列に掛け合わせることによって相互結合による影響を含んだ受信信号行列を得て，波数推定結果を考察する．

表 2.3 : アレーアンテナの仕様

アンテナ形状	半波長ダイポール
アレー配置	半波長間隔　線形
素子数	8
共振周波数	2[GHz]
解析法	モーメント法（解析ソフト：NEC2）

上記のように相互結合を考慮した上で，2.2.2 節で設定したケース１からケース３の波数推定成功率を求めると，図 2.10〜図 2.12 のようになる．相互結合のない（考慮しない）場合に比べて，ビームフォーマ法を用いた手法はやや劣化する程度だが，MDL 法の精度はかなり劣化している．特に SNR が高いケース１とケース２においては提案手法の成功率が大きく上回っている．詳細を考察するために，ケース１において MDL 法ではそれぞれ何波と推定されているのかを図 2.13 に示す．この図から，相互結合のある場合 MDL 法では過剰推定がかなり増加し，波数推定の成功率が低下したことがわかる．これは MLD 法では相関行列の固有値行列のランクに基づいて波数を決定するが，相互結合によって雑音固有値レベルが上がり，本来は雑音レベルとみなされる固有値が信号とみなされてしまうことが原因と思われる．

一方ビームフォーマ法は近傍の素子の信号が混入されることにより多少スペクトラムが鈍るが，その程度で済む．例として図 2.14 に，相互結合のある場合とない場合のスペクト

ラムを示す．図は 3 波が到来している場合だが，相互結合によって多少余計なサイドローブレベルが上がっているが，到来方向を示すピークの鋭さやレベルに大きな影響は見られない．

これらのことから，アレーアンテナの素子間に相互結合が発生する実際の環境では提案波数推定手法が有効であることがわかる．しかし，SNR が低いケース 3 については MDL 法の精度が上回り，十分な SNR が確保できない場合は提案手法に何らかの工夫を加える必要がある．

このように相互結合は推定に大きな影響を及ぼす．よって今後の全てのシミュレーションにおいては，相互結合を考慮することとする．

2.3 ビームフォーマ法による波数推定に基づいた到来方向推定

ここまでビームフォーマスペクトラムを用いた波数推定手法の基本的な考察をしてきた．この節では波数推定結果を用いて MUSIC 法による到来方向推定を行い，その精度の検証を行う．

2.3.1 到来方向推定精度の評価法

到来方向推定結果の精度を評価するにあたり，本論文中における評価方法について説明する．まず到来方向推定を推定すると同時にそれぞれの到来方向について電力推定を行う．そして真の（与えた）到来角と，推定された到来角を共に電力順に並べて比較する．つまり方向のみが正しければよいのではなく，電力推定結果も正しくなければ到来方向推定誤差が大きくなるような評価法となる．ところで電力推定はビームフォーマ法による到来方向推定では単にスペクトラムのピーク電力を読み取ればよかったが，MUSIC 法を用いた場合は別途電力推定の計算をする必要がある．というのは，1.2.2 節でも述べたように，MUSIC 法では固有ベクトルの直交性を利用しているため，ピークの高さには特に意味を持たない．そこで第 1 章の式 (1.10) を次のように式変形する．

$$S = (A^H A)^{-1} A^H (R_{xx} - \sigma^2 I) A (A^H A)^{-1} \tag{2.8}$$

このように逆行列演算によって得られた信号相関行列 S の第 i 対角成分から第 i 到来波の受信電力が求められる．

このようにして得られた電力を基に到来方向を並べ替え，電力の大きい順に真の到来方向と比較をしていく．このとき，次式のように定義される RMSE(Root Mean Squared Error:

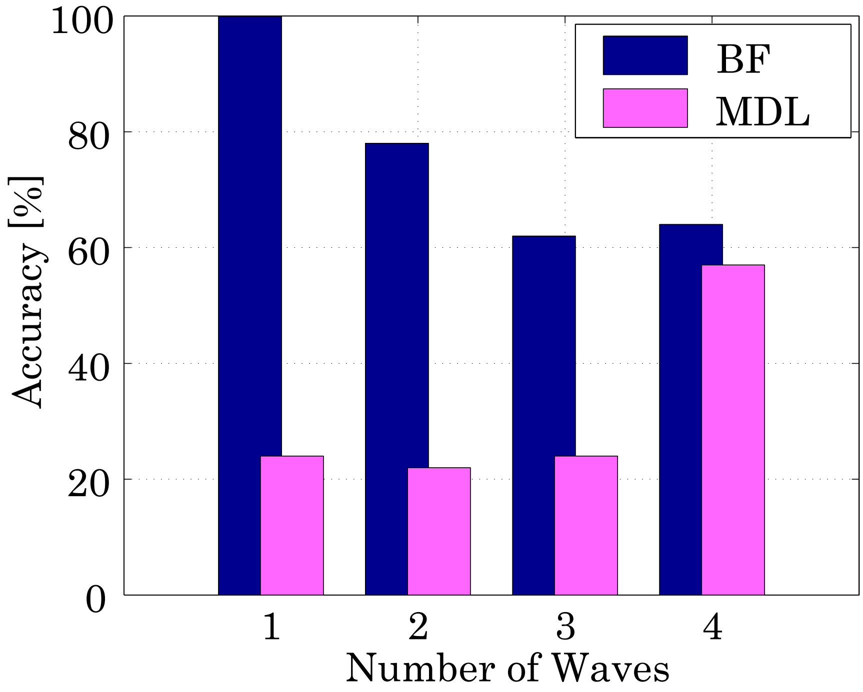


図 2.10：ケース１ ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:10〜20dB)

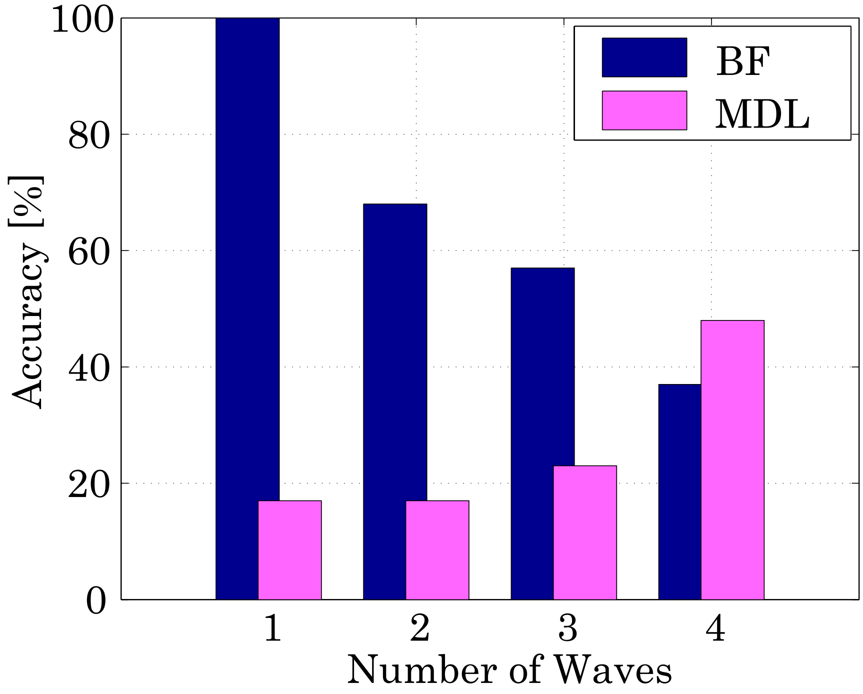


図 2.11：ケース２ ($\delta\theta_{min}$:13[deg], SNR:10〜20dB)

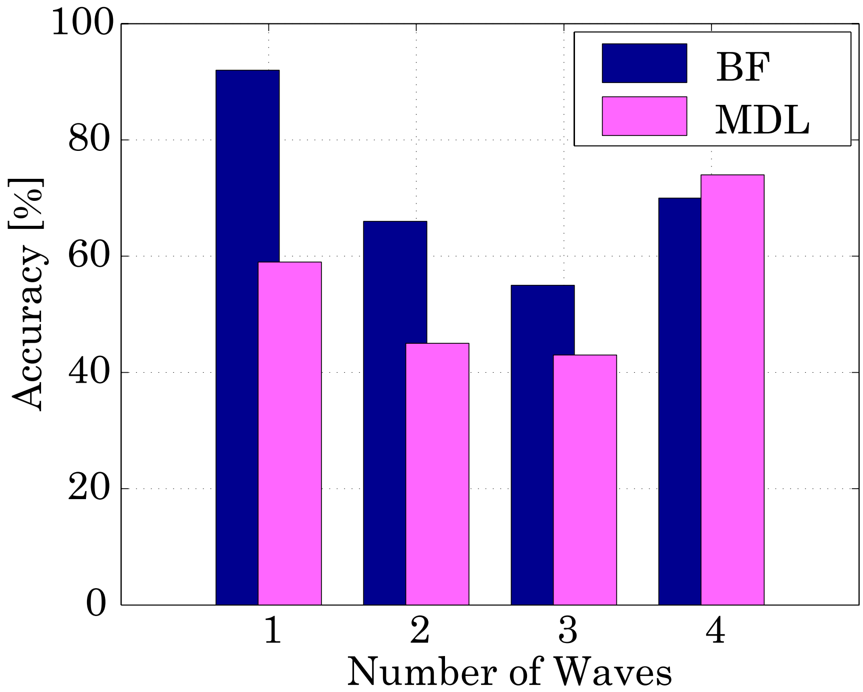


図 2.12：ケース 3 ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:0〜20dB)

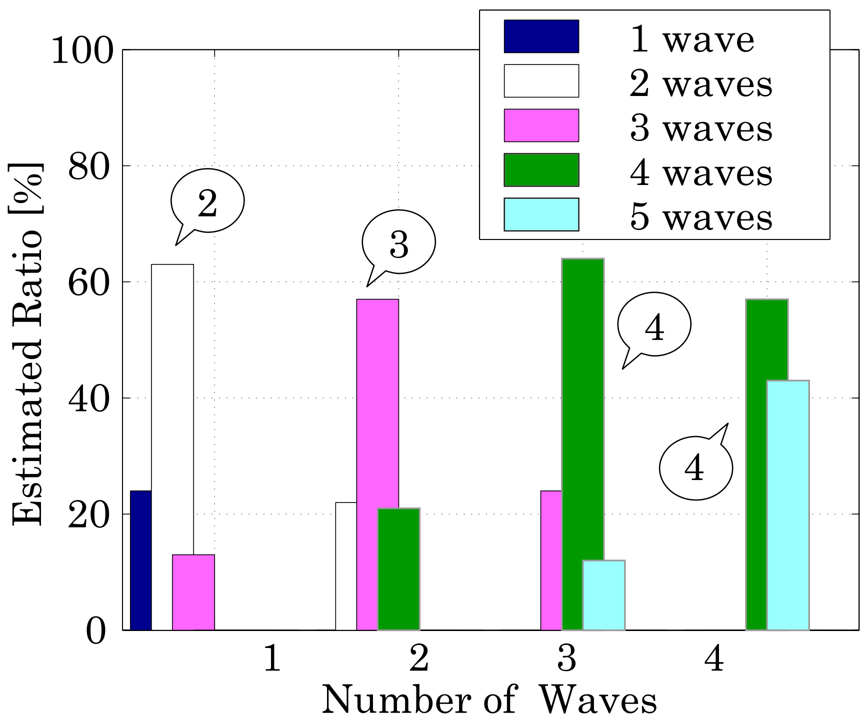


図 2.13：MLD 法による波数推定結果（ケース１）

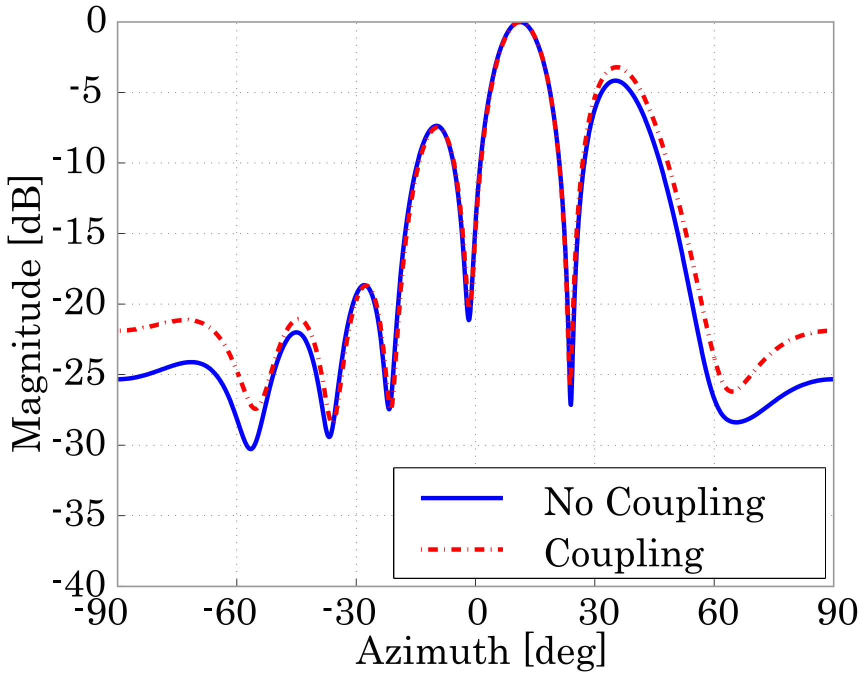


図 2.14：相互結合のビームフォーマスペクトラムへの影響

平均 2 乗平方根誤差) e を用いて評価する．

$$e = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|\hat{\theta}_i - \theta_0|^2} \tag{2.9}$$

N は試行回数（よって本論文中では 100），$\hat{\theta}_i$ は推定された到来角，θ_0 は到来方向の真値である．

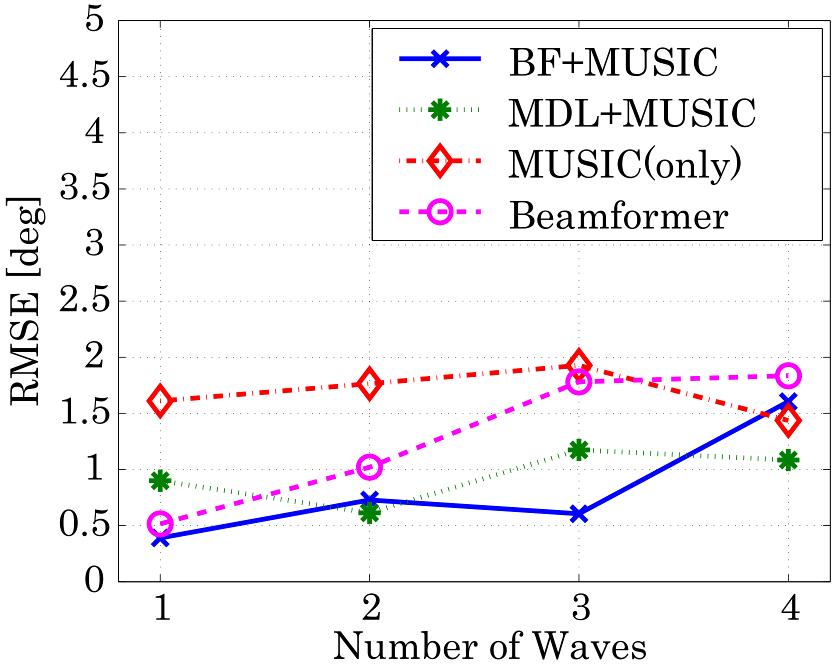
2.3.2　到来方向推定精度の比較

2.2 節の表 2.2 に示した 3 つのケースについて，まずはビームフォーマスペクトラムによる波数推定を行い，その結果を用いて MUSIC 法による到来方向推定を行う（BF+MUSIC と略記する）．比較のために，MDL 法で波数を推定した場合（MDL+MUSIC と略記）と，過剰推定の理論（付録 B を参照）に従い到来波数を推定可能な最大波数の 5 に固定した場合（MUSIC（only) と略記），また MUSIC 法は用いずに通常のビームフォーマ法による到来方向推定を行った場合（Beamforer）についても同様のシミュレーションを行う．まずはケース 1 について，到来波数を 1 から 4 波まで変化させた場合の各手法による到来方向推定精度（RMSE）を図 2.15 に示す．図は横軸が与えた波の数となっており，(a) には最も強

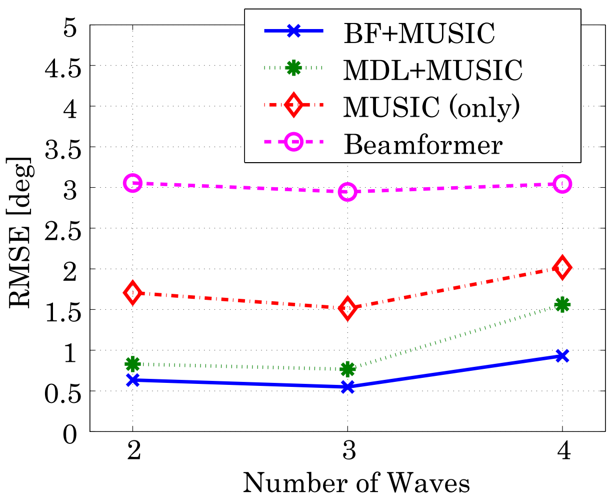
い波に対して推定された角度の RMSE で，(b), (c) はそれぞれ 2 番目に強い波，3 番目に強い波となっている．最も強い波に注目すると，過剰推定の理論を適用した場合とビームフォーマ法による DOA 推定をした場合に比べて，提案手法及び MDL 法を用いて波数推定を行った場合のほうがやや精度が良いことがわかる．2 番目，3 番目の電力を持つ波に対する精度については，どの手法も弱い波になるほど精度の劣化が見られるが，ビームフォーマ法のみの推定で特にその傾向が顕著である．また，それらの相対的に弱い波に対して，提案手法である BF+MUSIC は最も良い精度を示している．

続いて，ケース 2 とケース 3 における各手法の推定誤差をそれぞれ図 2.16，図 2.17 に示す．ケース 3 の SNR が低い場合は提案手法と MDL+MUSIC 法とであまり差がみられなかったが，ケース 2 の到来波の間隔が狭い場合は，2.2 節で考察したように到来波数が増えるにつれビームフォーマ法での波数推定の成功率が低下するため，到来波が増加するにつれ BF+MUSIC ではかなり精度が劣化している．しかしながら，全体的に見れば，過剰推定の理論によって波数を固定して MUSIC による到来方向推定を行った場合や，通常のビームフォーマ法による到来方向推定に比べて若干良い精度が得られていると言える．

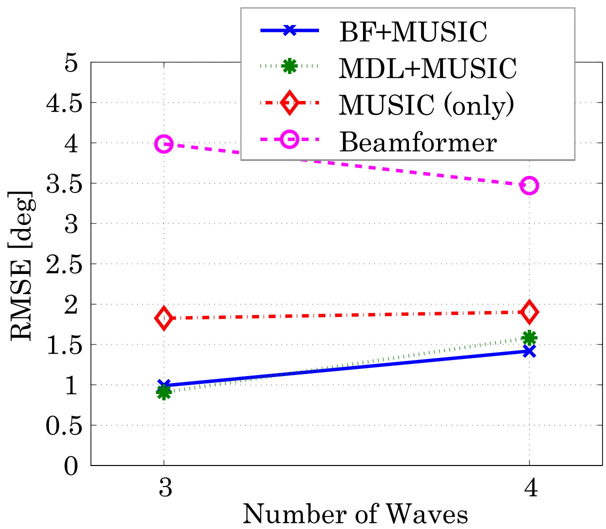
ここまで述べたように，ビームフォーマ法を波数の推定に用いた場合，従来法である MDL 法と同程度もしくはそれより高い確率で正しい波数を得ることができる．また，到来波数及び到来方向の推定アルゴリズムを実装することを考慮すると，MDL 法の乗算を多く含む負荷のかかる演算を省くことができるという利点がある．



(a) 最も強い波についての推定誤差



(b)2 番目に強い波についての推定誤差



(c)3 番目に強い波についての推定誤差

図 2.15：到来方向推定誤差の比較（ケース１）

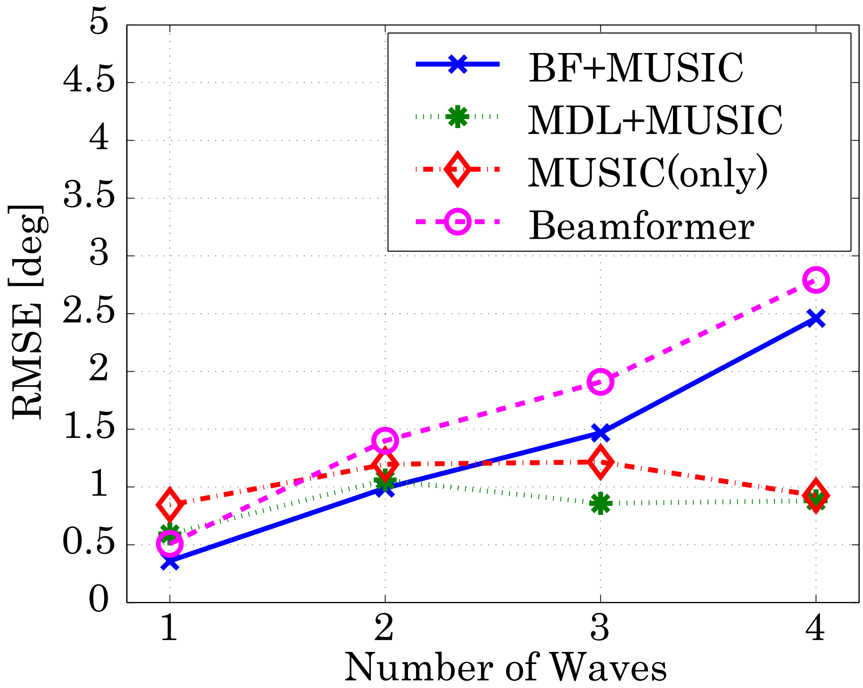


図 2.16：ケース 2 ($\delta\theta_{min}$:13[deg], SNR:10〜20dB)

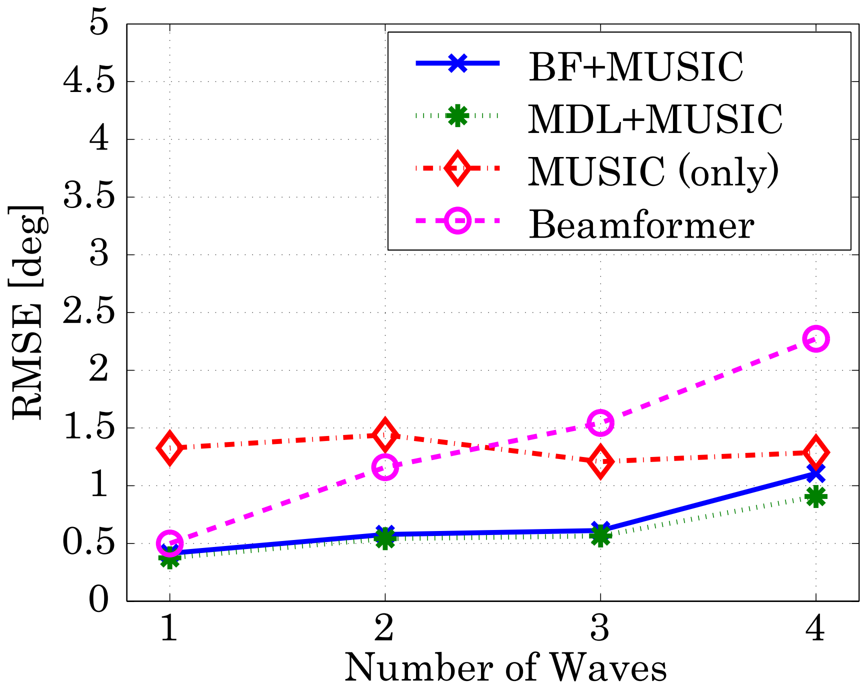


図 2.17：ケース 3 ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:0〜10dB)

第 3 章

角度広がりのある環境での波数および到来方向の推定

3.1　角度広がり伝搬環境のモデリング

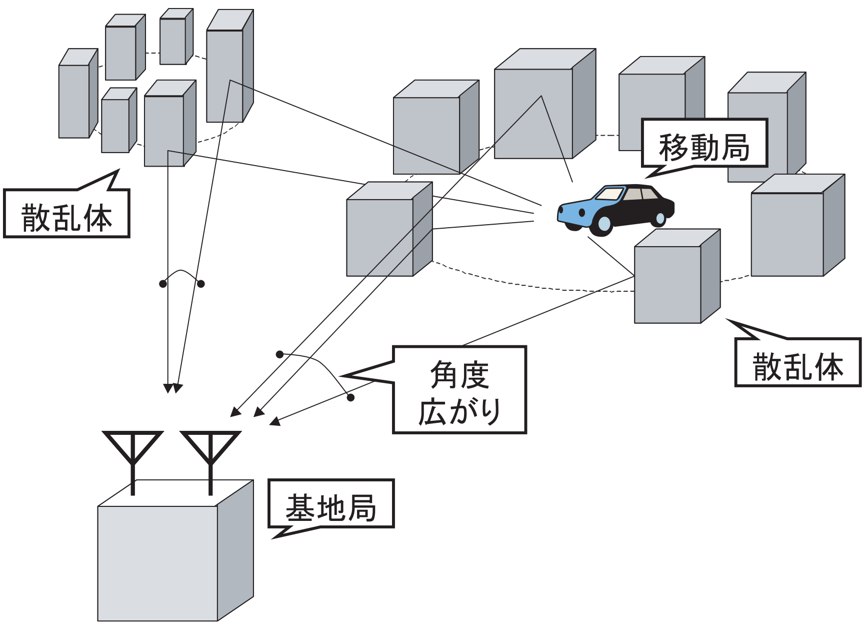


図 3.1 : 角度広がりの発生

第 2 章ではマルチパスフェージングやアレーアンテナの素子間相互結合の存在する環境下で，ビームフォーマ法を用いた波数推定手法がどの程度有効であるか考察を行った．と

ころで図 3.1 のように，アレーアンテナが移動通信の基地局に設置されている場合を考える．通常は基地局と移動機の間は見通しになってはおらず，移動局周辺のいくつもの散乱体からの電波（散乱波）が基地局に入射するものと考えられる．この散乱波は，到来方向 θ を中心として，ある広がった範囲 $\Delta\theta$ 内に分布して波群 (cluster) を形成して基地局アンテナに入射してくる．このような現象を角度広がり (Angular Spread) という．こうした場合，従来の到来方向推定アルゴリズムでは波数の推定精度が不正確になり到来方向推定精度もかなり劣化する [19]．しかし提案手法は，前章で述べられたようにマルチパス環境やアレー素子間相互結合を考慮した場合でも，従来法よりも高い確率で正しい波数を得ることができた．角度広がりのある場合についても，多数の相関波に対する耐性があるため従来法より高い成功率が得られると考えられる．本章では角度広がりのモデリングを行い，角度広がりが存在する場合どのような推定手法が有効であるか比較検討する．

移動通信の一般的な環境であるレイリーフェージング環境においては，角度広がりのプロファイル（電力分布）は基地局側は移動局を中心とした正規分布であると仮定するのが一般的である [2]．他にも正規分布ではなく，簡易モデルとして三角分布や一様分布を用いる場合もあるが，本論文においては正規分布を用いることとする．このとき，θ_0 を分布の中心角度，σ を正規分布の標準偏差をすると電力分布は次式のように表せる．

$$P(\theta) \;=\; \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(\theta-\theta_0)^2}{2\sigma^2}\right\} \tag{3.1}$$

分布の標準偏差 σ は角度広がりの程度を示すものとしてよく用いられる．実際の移動通信環境において，σ は観測点の位置，アンテナ高などで変化するが，だいたい 1〜10[deg] 程度であることが報告されている [20]．

ある角度範囲から多数の散乱波（素波）がアンテナに到来するという現象をシミュレーションするためのモデルとして，様々なモデルが提案されている [3][15][21][22]．中でも図 3.2 のように，移動局を中心にした円周上に等間隔に散乱点を配置し，それらから位相がバーストごとにランダムに変わる平面波が受信アレーアンテナに入射していると考えるモデル [23] がよく用いられている．本論文ではこれを参考にして，電力分布が正規分布になるようにしながら試行ごとに散乱点をランダムに配置し直し，よりランダム性を与えたモデルとした．この際，第 2 章で用いたドップラーシフトを考慮したモデル（図 2.2）に，角度広がりの要素を加える形で考案した．そのモデルを図 3.3 に示す．図は l 番目の波群が，中心角を θ_l としてアレーアンテナに入射している様子を表している．各波群中には散乱波が N_{sc} 個含まれているとし，散乱波には番号 $i(i=1,2,...,N_{sc})$ がつけられている．波群については番号 $l(l=1,2,...,L)$ をつけている．このとき第 l 番目の波群の第 i 番目の散乱波の到来角 θ_{il} は $\pm\Delta\theta/2$ 内に正規分布している．このとき，θ_{il} 方向から入射する信号 $S_{il}(t)$

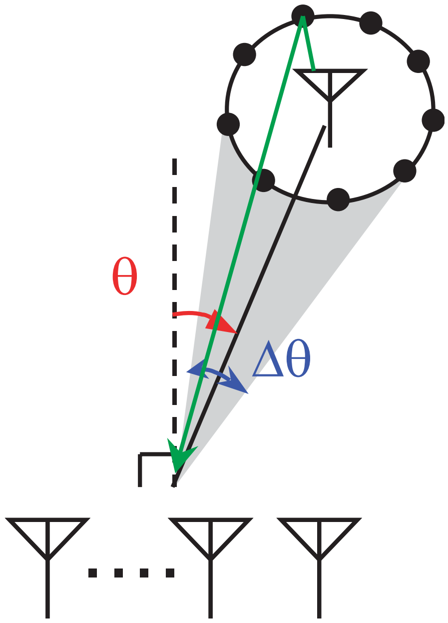


図 3.2 : 一般的な角度広がりモデル

は第 2 章の式 (2.7) を参考にして

$$S_{il}(t) \quad = \quad \exp(j\zeta_{il}(t))\sqrt{P_{il}}\exp j\{2\pi[f_c + f_D \sin\theta_{il}]t + \alpha_{il}\} \tag{3.2}$$

と表すことができる．$\zeta_{il}(t), P_{il}, \alpha_{il}$ の意味はそれぞれ第 l 番目の波群中 i 番目の散乱波の変調信号，電力，初期位相である．このとき同じ波群内の散乱波同士の相関は完全相関，つまり次式が成り立つとする．

$$\zeta_{1l}(t) \quad = \quad \zeta_{2l}(t) = \cdots = \zeta_{N_{sc}l}(t) \tag{3.3}$$

$$\alpha_{1l} \quad = \quad \alpha_{2l} = \cdots = \alpha_{N_{sc}l} \tag{3.4}$$

次に，l 番目の波群の N_{sc} 個の散乱波が入射した場合，アレーアンテナの m 番目 $(m = 1, 2, ..., M)$ の素子で受信される信号を $S_{il}(t)$ を用いて表すと，次のようになる．

$$X_{ml}(t) \quad = \quad \sum_{i=1}^{N_{sc}} S_{il}(t)\exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda}d(m-1)\sin\theta_{il}\right\} \tag{3.5}$$

各波群の受信信号が式 (3.5) のように表されるので，波群が全部で L 個ある場合 m 番目の素子で受信される受信信号 $X_m(t)$ は次のように表すことができる．

$$X_m(t) \quad = \quad \sum_{l=1}^{L} X_{ml}(t) + n_m(t) \tag{3.6}$$

$n_m(t)$ は m 番目で観測される雑音信号である．

このようにして得られた角度広がりを考慮した信号モデルを用いて，波数および到来方向推定の検討を行っていく．

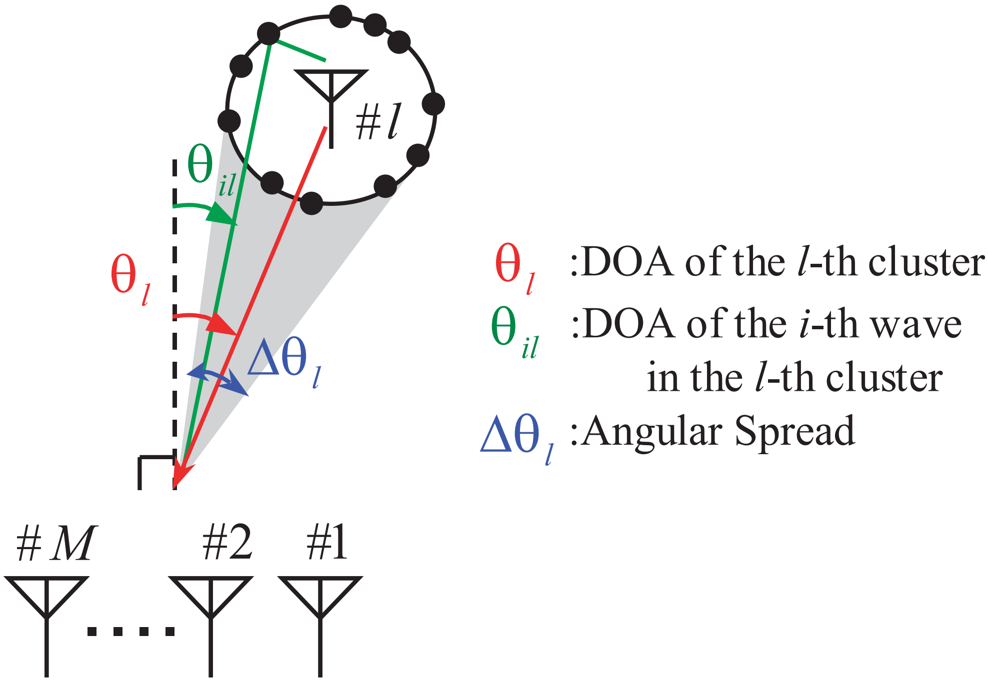


図 3.3 : 本論文で用いた角度広がりモデル

3.2 角度広がりのある場合の波数推定

角度広がりのある場合，狭い角度範囲内に多数の散乱波が分布することになる．こうした場合，その散乱波一つ一つの到来方向を全て検出するというよりは，波群単位で一つの波と考え，散乱波の分布の中心を正確に推定するということのほうが好ましい．散乱波どうしの角度間隔は非常に小さく，それらを全て分離するのは素子数をかなり増やしたとしても不可能である．また散乱波それぞれの到来方向情報の必要性はそれほどないため，散乱波の正規分布の中心角を求めて移動局の位置検出を行うのが妥当な方針である．以上の理由から，角度広がりのある場合においては波数推定の目的は波群数を推定することとする．

上で述べたような観点から，角度広がりが観測されるようなマルチパス環境下ではどういった波数推定手法が有効であるのかを考察する．基本的なシミュレーション諸元は，第 2 章の表 2.1 で設定したものと同じとする．また素子間相互結合の影響も考慮することと

する．

3.2.1　シミュレーションの諸元

角度広がりのある場合の波（群）数推定結果について考察を行う．第 2 章で 3 つのケース（表 2.2 参照）について波数推定を行ったが，それと同様に表 3.1 に示したように到来波の間隔や電力を変えたケースについてシミュレーション結果を示す．角度広がりのパラメータに関しては，正規分布の標準偏差である σ を 3, 5[deg] の 2 通りに設定し，散乱波数 N_{sc} に関しては 30 波で統一した．評価を行っていく波数推定手法は，提案手法であるビームフォーマ法を用いたものと，従来法の MDL 法である．

表 3.1：到来波の設定 2

	SNR	最近接角度 $\delta\theta_{min}$	σ	N_{sc}
ケース 1	10〜20dB	26[deg]	3[deg]	30 波
ケース 2	10〜20dB	13[deg]		
ケース 3	0〜10dB	26[deg]		
ケース 4	10〜20dB	26[deg]	5[deg]	

3.2.2　角度広がりの影響

波数推定を行う前に，角度広がりのビームフォーマスペクトラムへの影響を調べる．一例として，SNR が 10dB, 15dB, 20dB, DOA が-10, 10, 40[deg] の 3 波が入射する場合のビームフォーマスペクトラムを図 3.4 に示す．図には角度広がりのない場合と，標準偏差 σ が 3[deg] で散乱波が 30 波の角度広がりがある場合のスペクトラムを重ねて表示している．これより，角度広がりがあっても，ビームフォーマスペクトラムは部分的にわずかに電力が上がっているぐらいで，それほど影響を受けていないことがわかる．閾値を超えるピーク数も変わらず，角度広がりのある場合においても波数推定成功率の低下はほぼないと考えられる．

このような予想のもと，表 3.1 のケース 1 〜 4 において波群数の推定を提案手法と MDL 法で行った．その結果を図 3.5 に示す．図 3.5 より，どのケースにおいてもビームフォーマ法を用いた手法の結果は角度広がりのない場合とほとんど同じ結果となっており，かなり

正しく波群の数を求めることができている．それに対し MDL 法では，ほとんど全く正しい波群数が得られていないことがわかる．詳しく検証するため，ケース 1 における MDL 法による波数推定結果を図 3.6 に示す．これより，MDL 法の結果は過剰推定側に全体的にシフトしていることがわかる．第 2 章 2.2.3 節で考察した素子間相互結合の影響と同様の傾向であるが，相互結合の影響よりも角度広がりの影響のほうが大きい．これは MDL 法では全ての散乱波の数を数えるように動作してしまうことが原因と思われる．このシミュレーションではサブアレー素子数を 6 として空間平均処理が行われているので，この場合 MDL 法で推定可能な波数の限界値は 5 である（付録 B を参照のこと）が，その限界値に推定される確率が最も高くなっている．また，ケース 1 とケース 4 では角度広がりの分布幅を変化させたが，波群数が増加するにつれ成功率が低下する傾向がケース 4 のほうが若干強いというくらいの違いしかみられなかった．

以上から，ビームフォーマ法を用いると角度広がりのあるような伝搬環境においても非常に有効な波数推定が可能であるという結果が得られた．従来法の MDL 法ではほとんどの試行で過剰推定となり信頼できる値が得られず，波群数の推定法として有効な方法でないということがわかる．

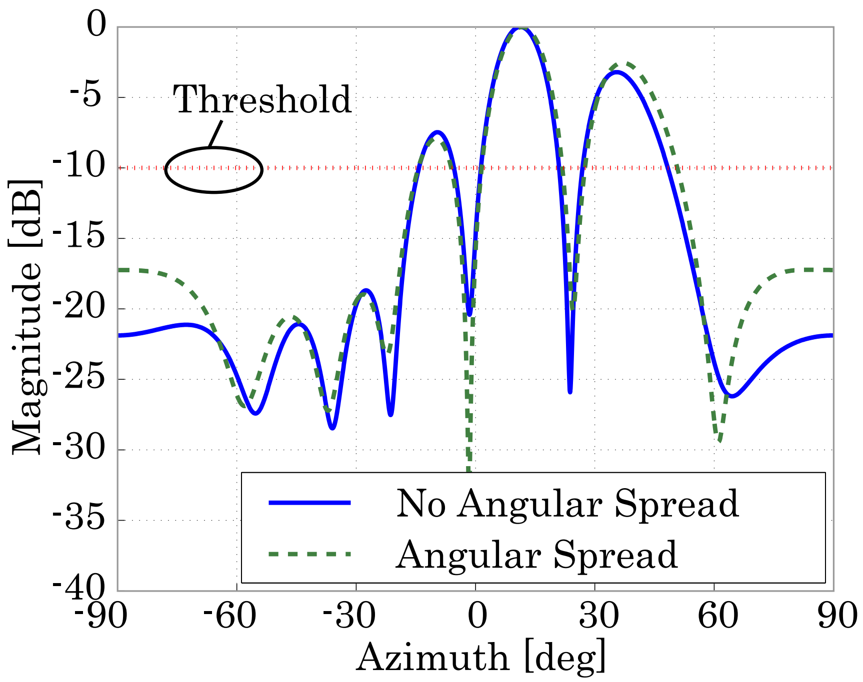
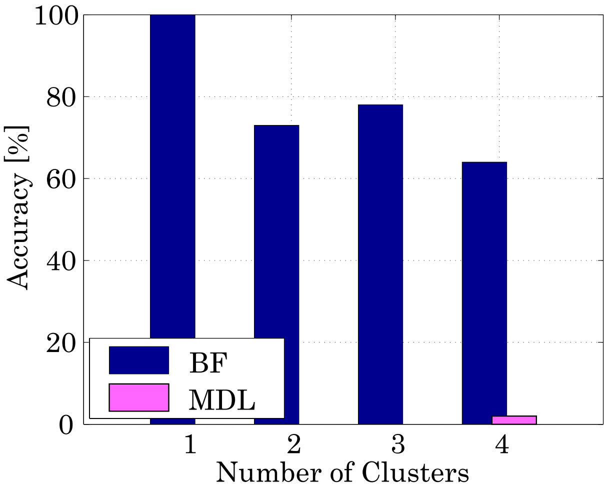
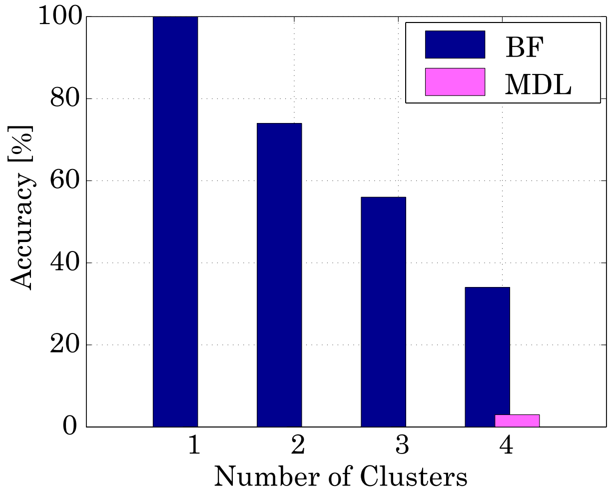


図 3.4：角度広がりのビームフォーマスペクトラムへの影響



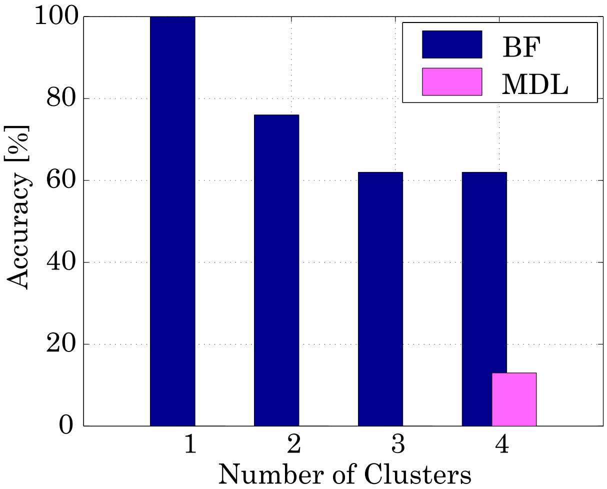
(a) ケース 1

($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:10〜20dB, σ:3[deg])



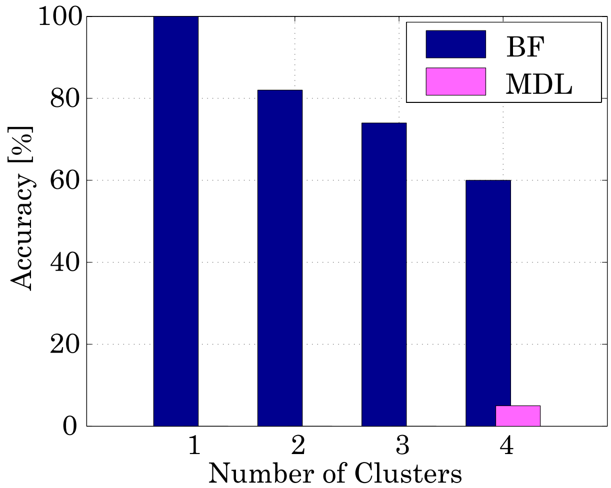
(b) ケース 2

($\delta\theta_{min}$:13[deg], SNR:10〜20dB, σ:3[deg])



(c) ケース 3

($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:0〜10dB, σ:3[deg])



(d) ケース 4

($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:10〜20dB, σ:5[deg])

図 3.5 : 角度広がりがある場合の波数推定成功率

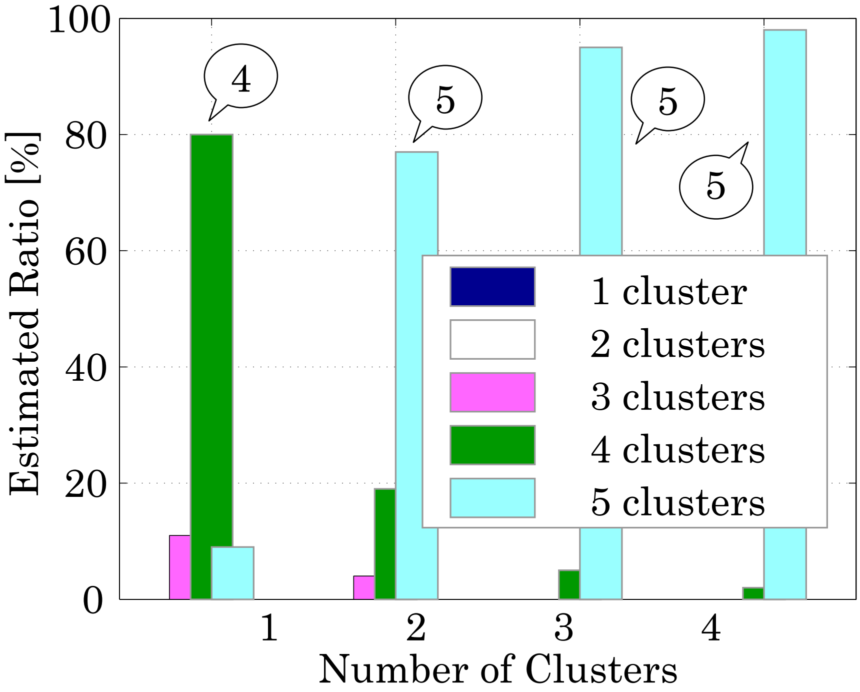


図 3.6：MDL 法による波数推定結果（ケース１）

3.3　角度広がりのある場合の到来方向推定

前節で，ビームフォーマ法による波数推定によって角度広がりのある場合にも効果的な波数推定が可能であることを述べた．ここではその波数推定結果を用いて MUSIC 法による到来方向推定を行い，角度広がり環境下では，従来法と比較してどの程度精度の向上がみられるのかを考察する．

3.3.1　評価方法

角度広がりのない場合の到来方向推定精度の評価法については，2.3.2 節の式 (2.9) のように RMSE で評価を行った．角度広がりのある場合は到来波自体が分布をもっているため，当然推定結果も分布をもつかたちで得られる [24]．そこでまずは推定結果の分布と真の角度広がり分布（例えば標準偏差など）を照らし合わせるという評価方法が考えられる．しかし，本論文における目的は角度広がりの中心角を正確に求めることであるため，与えた分布と誤差の分布を照らし合わせる評価法はあまり適切ではない．本論文においては角度広がりの中心角からずれた分は「誤差」とみなすこととし，角度広がりのない場合と同様

RMSE を用いて結果の評価を行うこととする．改めて評価パラメータ e_{AS} を次式に示す．

$$e_{AS} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|\hat{\theta}_i - \theta_0|^2} \tag{3.7}$$

N は試行回数（よって本論文中では 100），$\hat{\theta}_i$ は推定された到来角，θ_0 は角度広がり分布の中心角度の真値である．この e_{AS} を小さく抑える手法が優れていることになる．

3.3.2　角度広がりのある場合の到来方向推定精度

角度広がりのある場合，各手法によって計算されたスペクトラムがどのようになるのか，一例を図 3.7 に示す．3.2.2 節の図 3.4 で示した例と同じ設定（SNR が 10dB, 15dB, 20dB, DOA が-10, 10, 40[deg]）の 3 波群が到来した場合の結果である．これより，BF 法と MUSIC 法を組み合わせたスペクトラムはきちんと 3 つの波群の中心にピークをもっていることがわかる．一方，MDL 法によって波数推定をした場合と過剰推定の理論に則って推定可能な最大波数を与えた場合についてはピークが 5 個現れ，ピークの角度は角度広がり分布の中心角度からずれている．これは MDL 法による波数推定結果が，5 波という結果であったためである．これらの MUSIC スペクトラムのピークについて電力推定結果を行った結果を図 3.8 に示す．参考のためビームフォーマ法によるスペクトラムと重ねて示した．これより MDL 法では過剰推定により 1 つの波群分布の中でピークが割れてしまい，結果として到来方向からずれた部分を到来方向としてしまうためピークの電力は到来波群の電力にあまり対応していない．しかし BF 法により波群数を適確に推定した場合，MUSIC スペクトラムはほぼ角度広がりの中心角にピークが立ち，電力推定値も真の値に近くなっている．

以降は e_{AS} を用いて定量的に評価を行う．3.2 節で検討した表 3.1 の４つのケースについてそれぞれの波数推定に基づき到来方向推定を行い，式 (3.7) で定義される評価パラメータ e_{AS} を求める．まずはケース１において最も強い波群から 3 番目に強い波群それぞれについて RMSE を求めたものを図 3.9 に示す．図 3.9(a)〜(b) 全てにおいて，提案手法である BF 法+MUSIC 法の RMSE が最も低い値を維持している．角度広がりのないモデルによる結果である図 2.15 と比較して，MDL 法による波数推定を用いた場合の精度の劣化が大きい．しかし提案手法は角度広がりのない場合とだいたい同じくらいの値を保っている．

また他のケース２〜４についても e_{AS} を求めたものを図 3.10〜図 3.12 に示す．これらに関しては最も強い波群に対する推定誤差のみを載せた．ケース１を基準としてケース２，３の結果を比較すると，到来波の間隔がより狭い場合や SNR が低い場合，やや提案手法の効果が薄れているがその場合もおおむね他の手法よりも誤差を低く保っている．また角度広

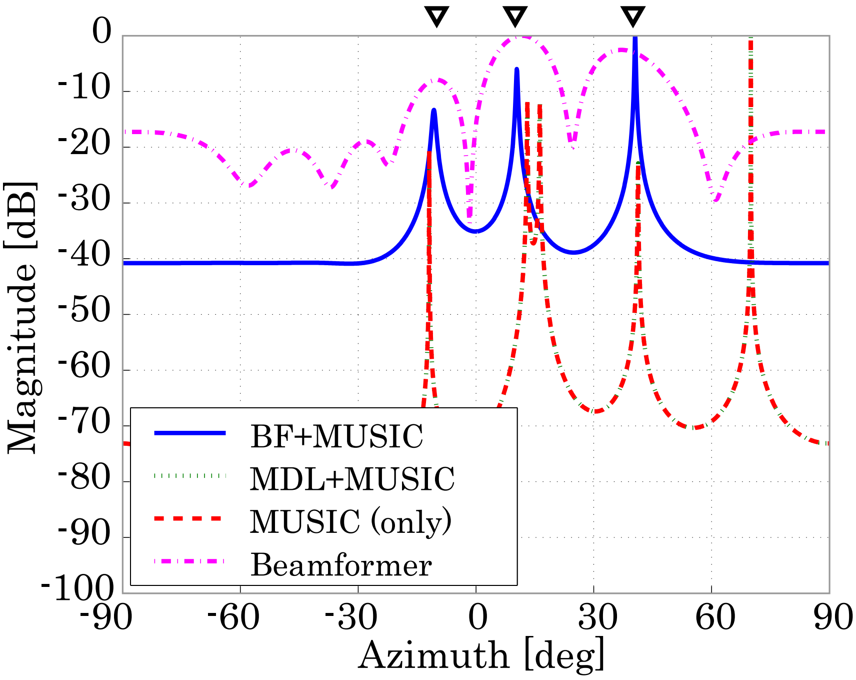


図 3.7 : 各手法によるスペクトラムの比較

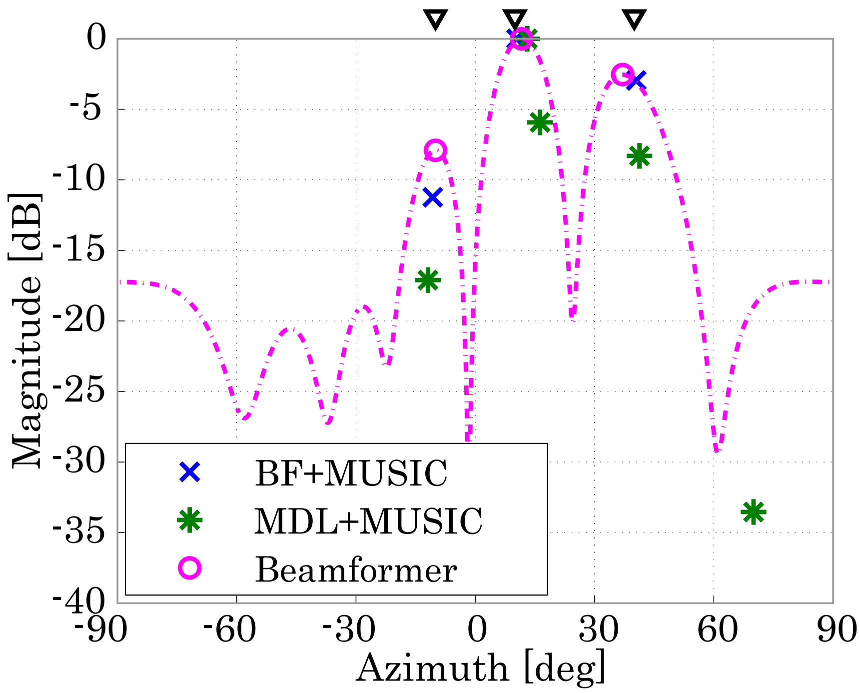
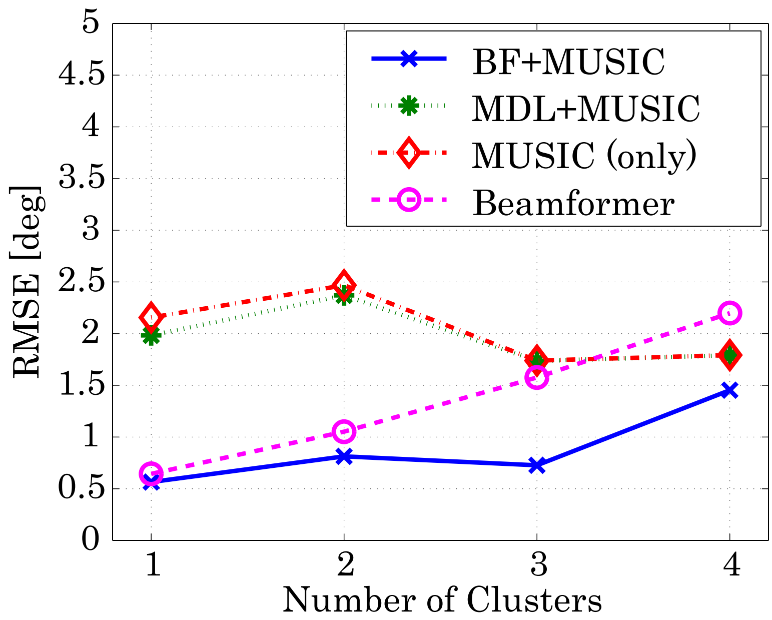
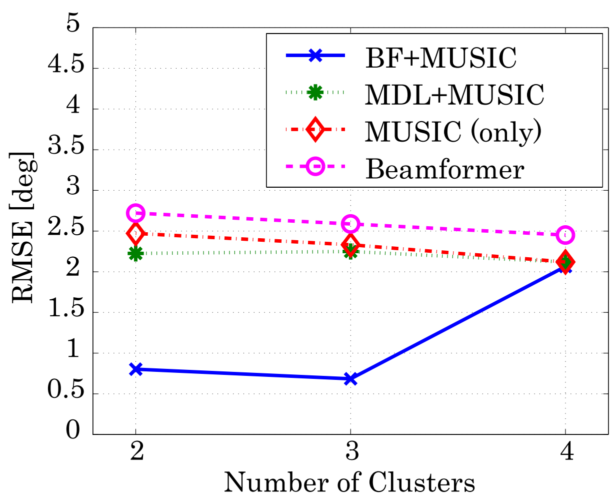


図 3.8 : 電力推定結果

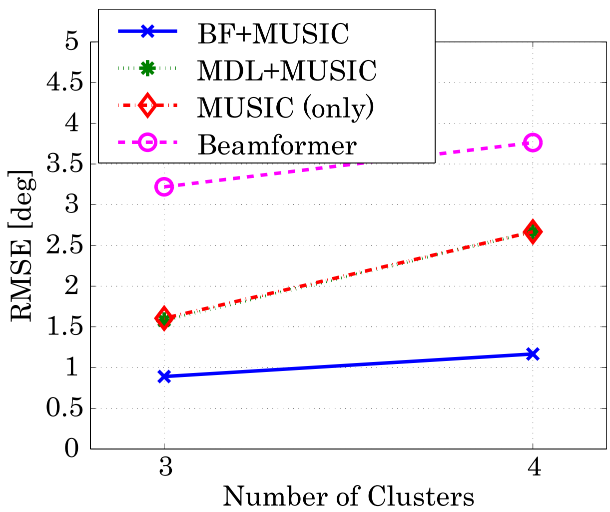
がりが大きい場合，どの手法も e_{AS} の値が大きくなるが，BF 法+MUSIC 法は他の手法に比べて劣化の程度が小さい．これらの結果から，提案手法は角度広がりのある場合において，より有効であると言える．ところで図 3.9(a) と図 3.10〜図 3.12 を比較すると，一番強い波群のみに対象を絞れば通常のビームフォーマ法による到来方向推定の精度もそれほど悪くはないことがわかる．むしろ MDL 法で波数推定を行い MUSIC スペクトラムを計算した結果のほうが悪い．よって角度広がりのある場合，ビームフォーマ法も比較的有効な到来方向推定手法であると考えられる．ただし，より弱い波（群）については精度が悪いという傾向が見られるため何らかの改良が必要である．この件に関しては，第 4 章において検討を行うこととする．



(a) 最も強い波群についての推定誤差



(b)2 番目に強い波群についての推定誤差



(c)3 番目に強い波群についての推定誤差

図 3.9：角度広がりのある場合の到来方向推定誤差の比較（ケース１）

($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:10〜20dB)

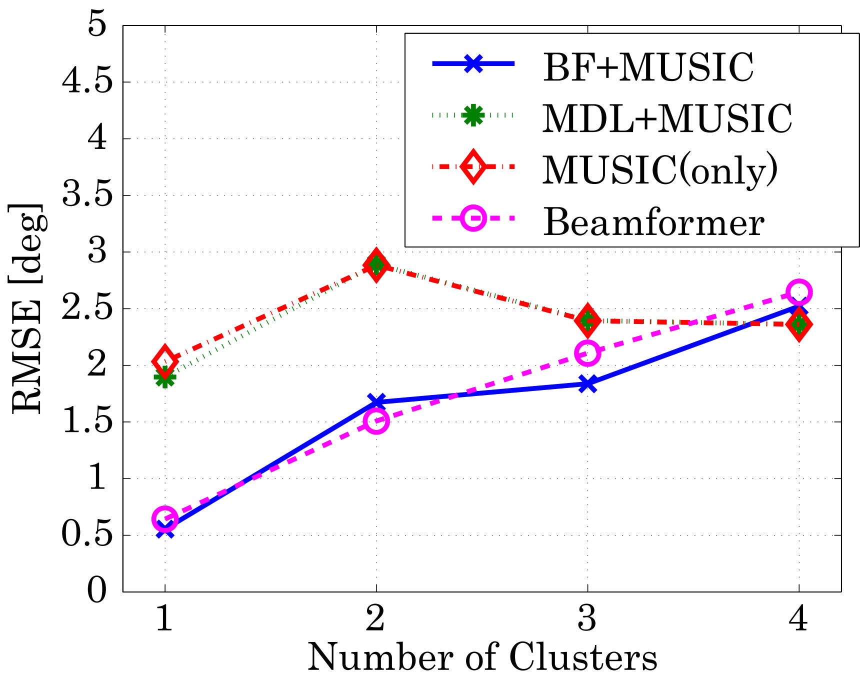


図 3.10：ケース 2 ($\delta\theta_{min}$:13[deg], SNR:10〜20dB, σ:3[deg]))

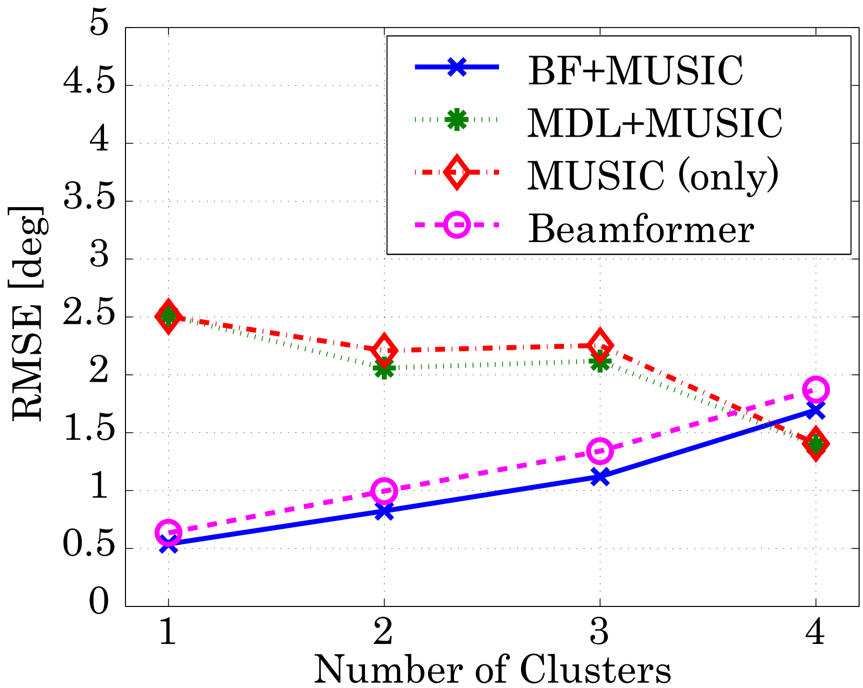


図 3.11：ケース 3 ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:0〜10dB, σ:3[deg]))

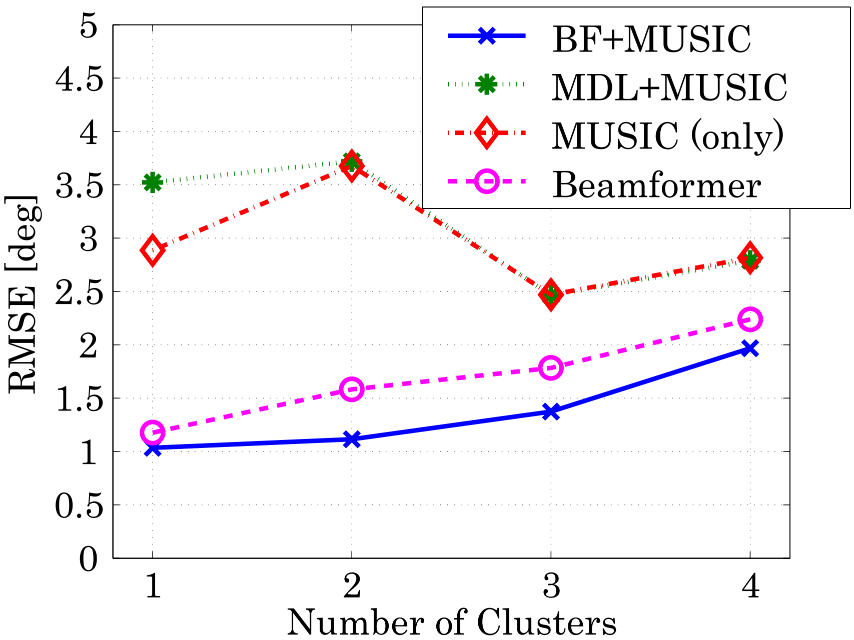


図 3.12：ケース４ ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:10〜20dB, σ:5[deg]))

第 4 章

ドルフチェビシェフ・ビームフォーマ法の導入

4.1 ドルフチェビシェフ・ビームフォーマ法

これまでの章では，ビームフォーマ法を波数推定に用いて波数推定が可能であり，特に角度広がりのある場合に有効であるということを述べてきた．しかし従来法よりも良いという結果が得られているものの，到来する波数が増加するにつれ大きく波数推定の成功率が下がる傾向などが見られ，改善が望まれる．波数推定を誤る原因としては，擬似ピークが設定した閾値を超えてしまうことが挙げられる．第 2 章で原理を述べた際にもこのことについて触れたが，ビームフォーマ法は一様励振指向性のメインローブによって全方向をサーチするという単純な方法であるため，電波の到来する方向でなくても偶然レベルの大きなサイドローブが向いた方向には閾値を超える偽のピークができてしまう．よって，これを解決するにはサイドローブレベルをできる限り下げておくなど，アレーアンテナの指向性を制御することが必要になる．アレーアンテナの指向性合成は，アレー素子信号の振幅を制御する（振幅係数をかける）ことによって容易に実現可能である．そこで本章では，ビーム走査に適するような指向性に合成した上でビームフォーマ法を行うという手法について述べる．具体的にはアレー指向性をチェビシェフ指向性を合成したドルフチェビシェフアレーを用いて波数推定及び到来方向推定を行い，一様励振指向性による通常のビームフォーマ法に比べ精度の向上が見られるのかを考察する．

4.1.1 ドルフチェビシェフアレー

一様励振アレーはビーム幅は細いがサイドローブレベルが高く，それを用いてビームフォーマ法を行うとこれまで述べてきたような擬似ピークを誤検出するケースがでてきてしまう．そこで，サイドローブが全くないバイノミアル指向性 [16] を用いることが考えられる．しかしこの指向性は，サイドローブが全くない代わりにメインビームの幅が一様励振アレーの指向性と比較してとても大きくなっており，これを用いてビーム走査をすると分解能が激しく劣化してしまう．そこでサイドローブレベルを一定のレベルに抑えた上で、最小のビーム幅を持つという指向性を考える．それがまさにチェビシェフ (Chebyshev または Tchebycheff) 指向性である．ドルフ (Dolph) がチェビシェフの多項式を用いてその振幅係数の解を与えたことから [25]，ドルフチェビシェフアレーと言われる．しかしドルフの手法ではアレー素子数が少ない場合には解を得ることが可能だが，素子数が多くなるにつれ計算が非常に困難になる [26]．そこで，数値計算に便利な振幅係数導出の式として次のようなものが提案されている [27]．

$$
\begin{aligned}
g_n &= \begin{cases} \displaystyle\sum_{q=n}^{N}(-1)^{N-q}(z_0)^{2q-1}\frac{(q+N-2)!(2N-1)}{(q-n)!(q+n-1)!(N-q)!} \\ \text{for even elements } (M=2N) \\ \\ \displaystyle\sum_{q=n}^{N+1}(-1)^{N-q+1}(z_0)^{2(q-1)}\frac{(q+N-2)!(2N)}{\varepsilon_n(q-n)!(q+n-2)!(N-q+1)!} \\ \text{for odd elements } (M=2N+1) \end{cases} \qquad (4.1) \\
\varepsilon_n &= \begin{cases} 2\ (n=1) \\ 1\ (n\neq 1) \end{cases}
\end{aligned}
$$

式 (4.1) を用いて実際に 8 素子のアレーアンテナでチェビシェフ指向性を合成したものを，図 4.1 に示す．全てのサイドローブのピークレベルが一定値（図では-30dB）に揃っていることがわかる．このサイドローブレベルは任意の値に設定することができる．第 3 章まで扱ってきた一様励振指向性を用いたビームフォーマ法と区別するために，今後はチェビシェフ指向性を用いたビームフォーマ法をドルフチェビシェフ・ビームフォーマ法と呼び，略記する場合は DC-BF 法と表すこととする．

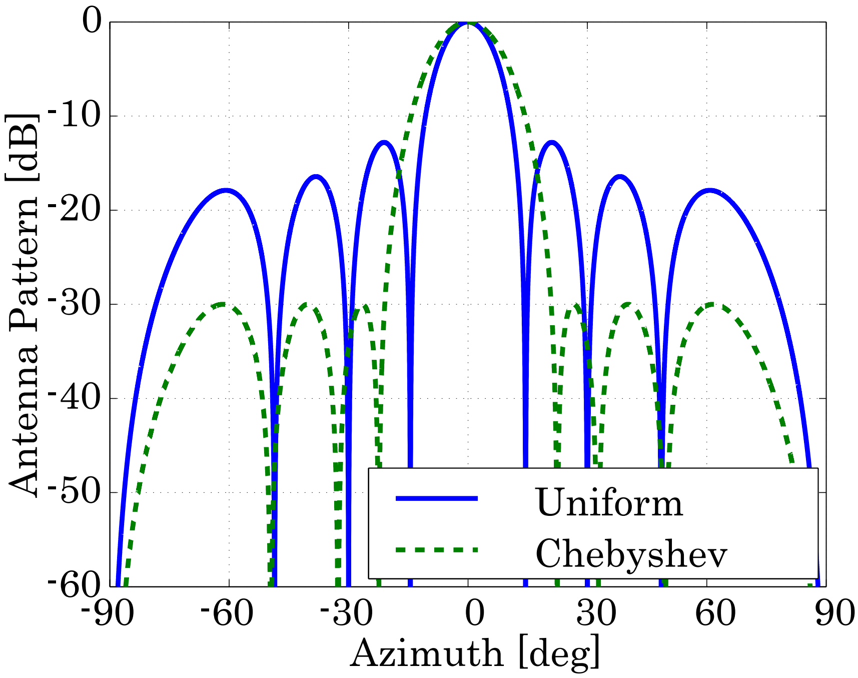


図 4.1 : 一様励振指向性とチェビシェフ指向性の比較

4.1.2 チェビシェフ指向性のサイドローブレベルと分解能

サイドローブレベルの最大値を一定にしつつ，メインビーム幅を最小にしたチェビシェフ指向性では，サイドローブレベルを任意の値に設定することができる．ドルフチェビシェフ・ビームフォーマ法を行う際に擬似ピークを抑えつつ推定できる電力レンジをできるだけ広くしたいと考えると，サイドローブレベルはできる限り下げておくことになる．しかしながら，サイドローブレベルを下げるとメインビーム幅が広がり分解能が悪くなるので実際はそれほど下げることはできない．図 4.2 にサイドローブレベルを-20dB, -30dB, -40dB の 3 種類に設定した場合のチェビシェフ指向性を示す．サイドローブレベルの低減とビーム幅の最小化は相反する要求であることがよくわかる．よって最適値が存在するとは言えず，素子数や伝搬環境，目的等に合わせて設定する必要がある．

本論文では分解能をあまり低くしたくないということと，図 4.1 より一様励振パターンのサイドローブレベルが-13dB〜-20dB 強となっていることを考慮して，サイドローブレベルは-30dB に設定して検討していく．サイドローブレベルを-30dB に設定したとき，指向性を合成する各素子の励振振幅係数 $g_i(i = 1, 2, ..., M)$ を計算すると，

$$g_1 = g_8 = 3.20, \quad g_2 = g_7 = 6.33, \quad g_3 = g_6 = 9.90, \quad g_4 = g_5 = 12.20 \tag{4.2}$$

となっている．

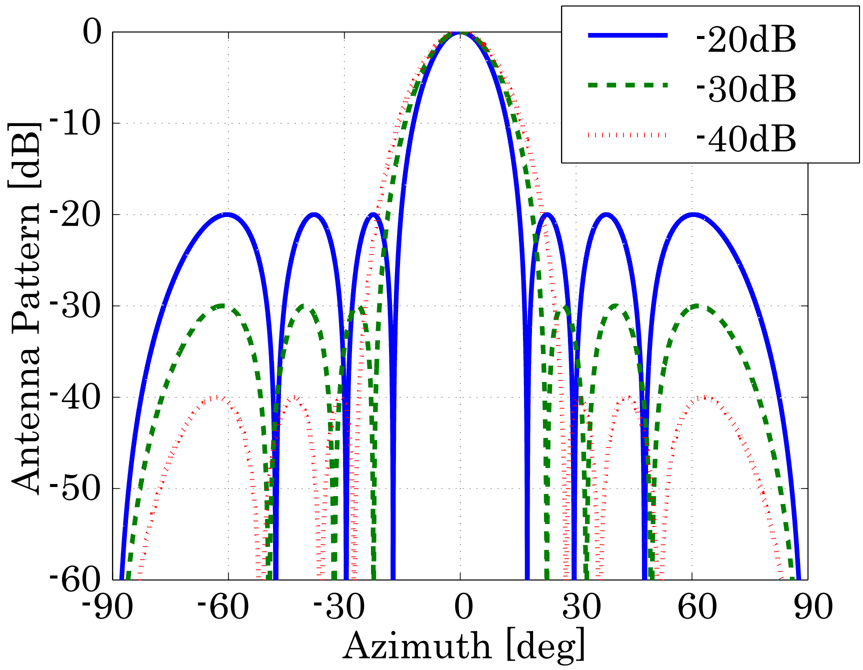


図 4.2：チェビシェフ指向性のサイドローブレベルとビーム幅の関係

4.2　ビームフォーマ法およびドルフチェビシェフ・ビームフォーマ法の実装

前節で述べたようなアレーの指向性合成は，各アレー素子での信号に振幅係数をかけることで実現できる．この指向性合成をした上でビームフォーマ法のように方向サーチを行いたい場合は，単純にアレー各素子の信号に振幅係数をかけた後に，ビームフォーマ法の処理を行えばよい．この理由を簡単に説明する．ビームフォーマスペクトラム P_{BF} は第1章の式 (1.9) よりモードベクトル $a(\theta)$ と相関行列 R_{xx} を用いて表される．ドルフチェビシェフ・ビームフォーマ法のモードベクトル $a_{DC}(\theta)$ を次のように表すとする．

$$a_{DC}(\theta) = Ga(\theta) \tag{4.3}$$

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & g_M \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

式 (1.9) よりドルフチェビシェフ・ビームフォーマスペクトラム P_{DC-BF} は

$$
\begin{aligned}
P_{DC-BF} &= \frac{1}{2} a_{DC}(\theta)^H R_{xx} a_{DC}(\theta) && (4.5) \\
&= \frac{1}{2} (Ga(\theta))^H R_{xx} (Ga(\theta)) \\
&= \frac{1}{2} a(\theta)^H (G^H R_{xx} G) a(\theta) \\
&= \frac{1}{2} a(\theta)^H R'_{xx} a(\theta) && (4.6)
\end{aligned}
$$

となる．ただし，$R'_{xx} = G^H R_{xx} G$ である．式 (1.6) より $R_{xx} = E[X(t)X(t)^H]$ なので

$$
\begin{aligned}
R'_{xx} &= E[GX(t)X(t)^H GH] \\
&= E[(GX(t))(GX(t))^H] && (4.7)
\end{aligned}
$$

つまりは単純にアレー受信信号ベクトル $X(t)$ に各素子の励振振幅係数をかける処理を加えるだけで，指向性合成したビームフォーマ法は容易に実現できるということである．

ところで，この受信信号に振幅係数をかけるという作業が，アルゴリズムの実装の際に計算負荷等にどのように影響してくるのかということを考える必要がある．高速到来方向推定システムを実装するのにふさわしいデバイスとして FPGA(Field Programmable Gate Array) が挙げられる．FPGA は並列処理が可能で，うまく設計を行うことにより時々刻々変化する移動通信環境に追尾できるくらいの高速処理が可能となる．そういったことから，アダプティブアレーアンテナ処理システム等に用いられることも少なくない．しかし FPGA では固定小数点演算を行うため，乗算，除算を多数行うのは負荷となる上，誤差の増大にもつながる．そうしたことを考慮すると，各アレーの信号に振幅係数をかけるという作業は処理高速化の妨げとなるおそれがある．ここでは実装の際に計算量増加の問題が起きないよう，乗算を行わずにビットシフトのみで指向性合成を行うことを検討する．

また，ビームフォーマ法はフーリエ変換と理論を同じくすることから，高速フーリエ変換 (FFT) 処理によってビームフォーマ法を実装すれば相関行列を求めてモードベクトルとかけあわせるという乗算は必要なくなり，さらなる処理高速化が狙える．

4.2.1 ビットシフトのみによる指向性合成

ここでは振幅係数を受信信号にかけあわせる作業の代わりとして，ビットシフト操作を用いて指向性を合成することを考える．一般的に乗除算は加減算に比べて計算速度が遅く，回路規模の増大につながる．ディジタルフィルタ設計の際によく用いられる手法として，乗

除算器の代わりにビットシフト器を用いることで，高速演算と回路の簡易化を図るというものがある．これを応用して，アレーアンテナ処理においても各素子の信号にビットシフトを適用し高速処理を実現することができると考えられる．ビットシフト操作のみで指向性合成を行うということは，式 (4.1) によって計算した振幅係数を信号にかけあわせるのではなく，振幅係数を 2^N（N は自然数）のみで構成するということである．この条件のもと，チェビシェフ指向性のようにサイドローブレベルを低く保った指向性を与える振幅係数を求めることが目的となる．図 4.1 に示したサイドローブレベルが-30dB に保たれているチェビシェフ指向性により近い指向性を目標として, 図 4.1 の振幅係数を参考にしながら $2^N = (1, 2, 4, ...)$ を組み合わせてそれに対応した指向性を求める．その結果，図 4.3 に示したような指向性が得られた．このときの振幅係数は,

$$g_1 = g_8 = 1, \quad g_2 = g_7 = 2, \quad g_3 = g_4 = g_5 = g_6 = 4 \tag{4.8}$$

であった．図 4.1 より式 (4.8) の振幅係数によって合成される指向性は，サイドローブレベルが-30dB のチェビシェフ指向性とビーム幅はほぼ同じで，サイドローブレベルは最高でも-22.5dB 以下に抑えられている．これを用いれば波数及び到来方向推定時の擬似ピークの誤検出などを削減できると考えられる．参考のため，式 (4.1) で求めたチェビシェフ指向性を形成する振幅係数と今示した指向性の振幅係数を図 4.4 に示す．振幅係数は全て正規化して表示している．これより，求めた 2^N のみの振幅係数は，-30dB サイドローブレベルの場合と近い形となっていることがわかる．

4.2.2 ビームフォーマ法の離散フーリエ変換による実現

ここでは，ビームフォーマ法が離散フーリエ変換に置き換えて実現可能だということについて説明する．1.2.1 節の図 1.3で示したアレーアンテナモデルによってそれを説明する．第 1 番目の素子から距離 d（この d は変数）にある素子において，ある時刻 t での受信信号 $x(t)$ は, 瞬時振幅を $u(t)$ とおけば

$$x(t, d) = u(t) \exp(-j2\pi f_c t) \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta) \tag{4.9}$$

と表せる．これを時刻 t を定数とみなして $u(t) \exp(-j2\pi f_c t) = U$ とおき，空間変数の d のみによって表現すると

$$x(d) = U \exp(-j2\pi f_{spatial} d) \tag{4.10}$$

$$f_{spatial} = \frac{\sin\theta}{\lambda} \tag{4.11}$$

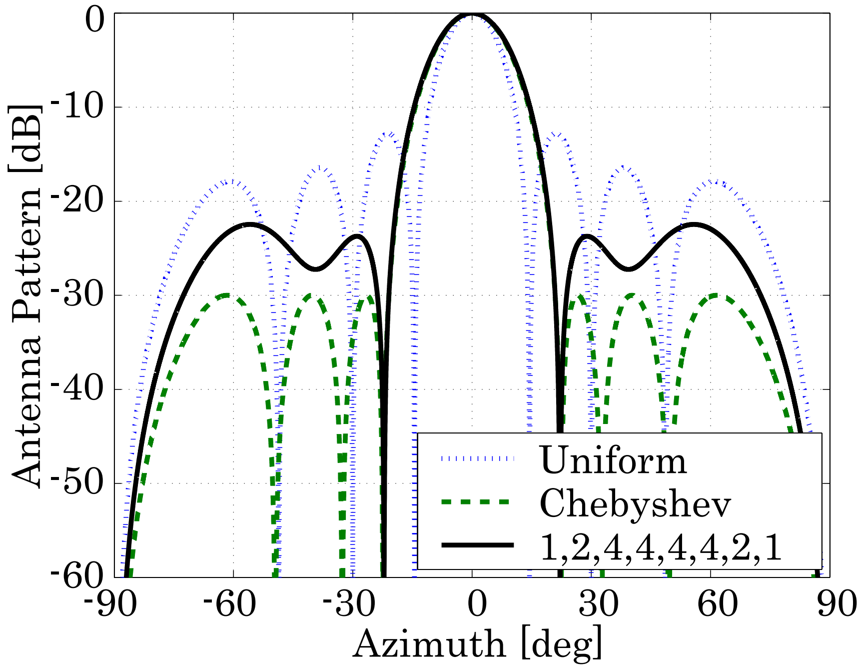


図 4.3：2^N の振幅係数のみを用いた指向性

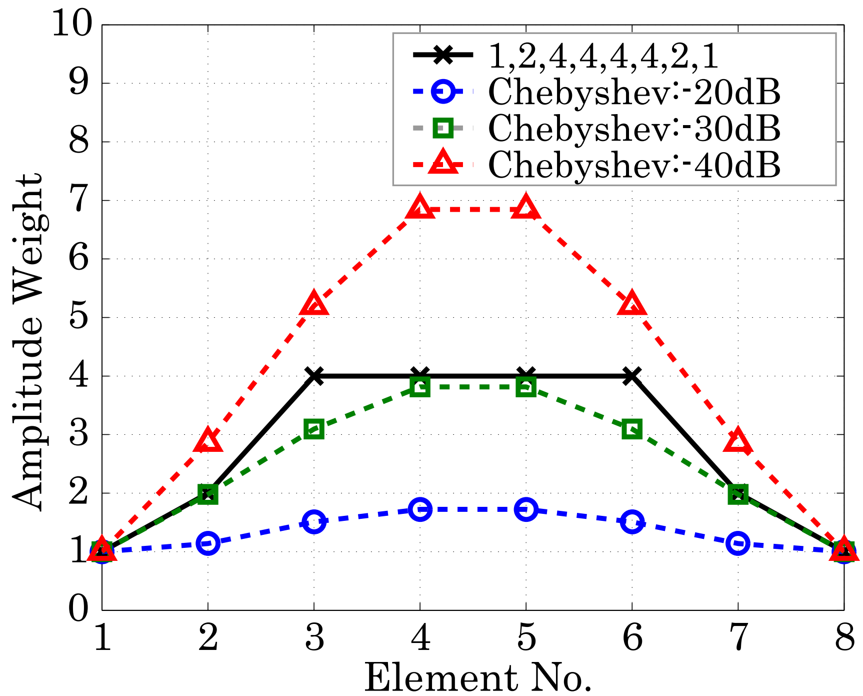


図 4.4：振幅係数の比較

となる．これより $x(d)$ をフーリエ変換すれば空間周波数成分の $f_{spatial}$ がのスペクトルが得られ，そのピークについて式 (4.11) の関係から到来方向の θ を求めることができる．アレーアンテナによって空間的にサンプリングした信号を用いているので，離散フーリエ変換 (DFT) となることは明らかである．

こうして得られる空間周波数のスペクトラムと，ビームフォーマ法で得られるスペクトラムは本質的には全く同じものとなる．$X(d)$ を離散フーリエ変換したとき，以下のような演算が行われる．

$$
\begin{aligned}
P'_{DFT}(\theta_i) &= |\sum_{k=1}^{M} x(d_k) w_{ik}(\theta_i)| && (4.12)\\
w_{ik}(\theta_i) &= \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda} d_k \sin\theta_i), && (4.13)\\
& \quad (i = 1, 2, ..., M, k = 1, 2, ..., M)
\end{aligned}
$$

ところで，瞬時電力（振幅）から求められるビームフォーマスペクトラムは受信信号ベクトル X とモードベクトル $a(\theta)$ を使って表すと，

$$
\begin{aligned}
P'_{BF}(\theta) &= |a(\theta)^H X| && (4.14)\\
&= |\sum_{k=1}^{M} a_k(\theta) x(d_k)| && (4.15)
\end{aligned}
$$

である．式 (4.13) と式 (4.15) を比較すると，ビームフォーマ法では空間周波数のスペクトラムを求めることと同じような演算をしていることがわかる．ただし，ビームフォーマ法ではモードベクトル $a(\theta)$ によってスペクトラムを計算する等間隔の刻み幅が決定され，それを十分狭い刻み幅とすることでなめらかなスペクトラムが得られるのに対し，離散フーリエ変換では，M 素子アレーならば P'_{DFT} は M 点しか得られない．よってなめらかなスペクトラムを得るためには X に 0 を補間する必要がある．離散フーリエ変換を行う対象を受信信号の相関行列 R_{xx} にすれば平均電力，受信信号ベクトル $X(t)$ にすれば瞬時電力の角度スペクトラムが得られる．以上の対応関係を図 4.5, 図 4.6 にまとめた．

このようにビームフォーマ法は，受信信号の離散フーリエ変換処理で置き換えることができるため実装が容易であり，また高速処理が可能である．指向性合成したビームフォーマ法を行う場合は，節の始めで述べたように，受信信号に振幅係数をかける（またはビットシフトのみで振幅制御する）という処理をした後に，FFT 処理を行えばよい．

・Time ------- Distance

Time	$\Leftrightarrow$	$f_c = \frac{\lambda}{c}$ [sec^{-1}]	$T_{\text{sample}} \leq \frac{T}{2}$	Sampling Theorem
Distance	$\Leftrightarrow$	$f_{\text{spatial}} = \frac{\sin\theta}{\lambda}$ [m^{-1}]	$D_{\text{spacing}} \leq \frac{\lambda}{2}$	No Grating lobe Condition

図 4.5：時間領域と空間領域の周波数の対応

・Beamformer ------- DFT

	with Uniform Beam	with DFT Beam
Average Power	$P_{\text{BF}}(\theta) = \frac{a(\theta)^H R_{xx} a(\theta)}{a(\theta)^H a(\theta)}$	$P_{\text{FFT}} = \left\lvert \text{DFT}\{R_{xx}\} \right\rvert$
Instantaneous Power	$P'_{\text{BF}}(\theta) = \left\lvert a(\theta)^H X \right\rvert$	$P'_{\text{FFT}} = \left\lvert \text{DFT}\{X\} \right\rvert$

図 4.6：離散フーリエ変換とビームフォーマ法の対応関係

4.3　指向性合成したビームフォーマ法の評価

ここでは指向性を合成して方向走査を行う手法の評価を行う．比較する対象は，通常の一様励振指向性によるビームフォーマ法（BF 法），ドルフチェビシェフ・ビームフォーマ法（DC-BF 法），そしてビットシフトのみで指向性合成を行い方向サーチを行う手法（Bit Shift-Beamformer の意味で BS-BF 法と略記）の 3 つである．これらの手法は全て固有値展開を用いないビームフォーマ法を基本としているため，角度広がりの有無にはあまり影響を受けない．よってここではより現実的な環境として，角度広がりのある場合のみについて検討を行う．3 つの手法の波数推定成功率や到来方向推定精度を比較し，指向性合成を行うことによる効果についての考察を行う．なお，角度広がりパラメータの設定は本章では共通とし，散乱波数を 30 波，角度広がり正規分布の標準偏差 σ を 3[deg] とする．

4.3.1　波数推定成功率の比較

はじめに各手法の波数推定精度について考察する．比較を行う前に，まずは各手法の閾値を設定する．通常のビームフォーマ法については，2.2 節で考察したように閾値を約-10dB 以下に設定したあたりから誤りが増加した．DC-BF 法と BS-BF 法についても同様に閾値の設定を行うため，閾値を変化させて，閾値をどの程度に設定すれば正しい波数推定が行えるのかを調べる．到来する波 10〜20dB の間にランダムに設定し，到来角度もそれぞれランダム（最近接角度は 26[deg]）に設定し，1 波から 4 波まで到来波群数を変化させた場合を考える．このときそれぞれの手法における閾値と推定された波（群）数の関係を図 4.7, 図 4.8 に示す．これより，どちらの手法においても約-15dB〜-20dB の範囲において正しい波数が得られており，一様励振指向性を用いた通常のビームフォーマ法と比較して，閾値の設定範囲に余裕があることがわかる．この結果を受けて，DC-BF 法と BS-BF 法の閾値は通常のビームフォーマ法よりも 5dB ダイナミックレンジを広くとり，-15dB と決定する（表 4.1）．

表 4.1：閾値の設定

Algorithm	Weight	Threshold[dB]
Beamformer	Uniform	-10
DC-Beamformer	Chebyshev	-15
BS-Beamformer	2^N only	-15

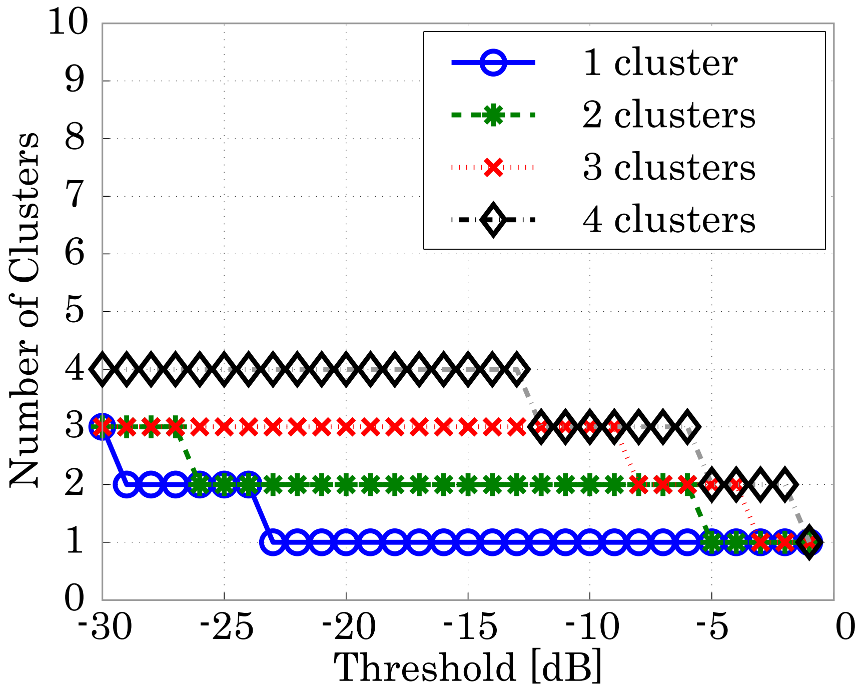


図 4.7：閾値と推定される波数の関係（DC-BF 法・角度広がりのある場合）

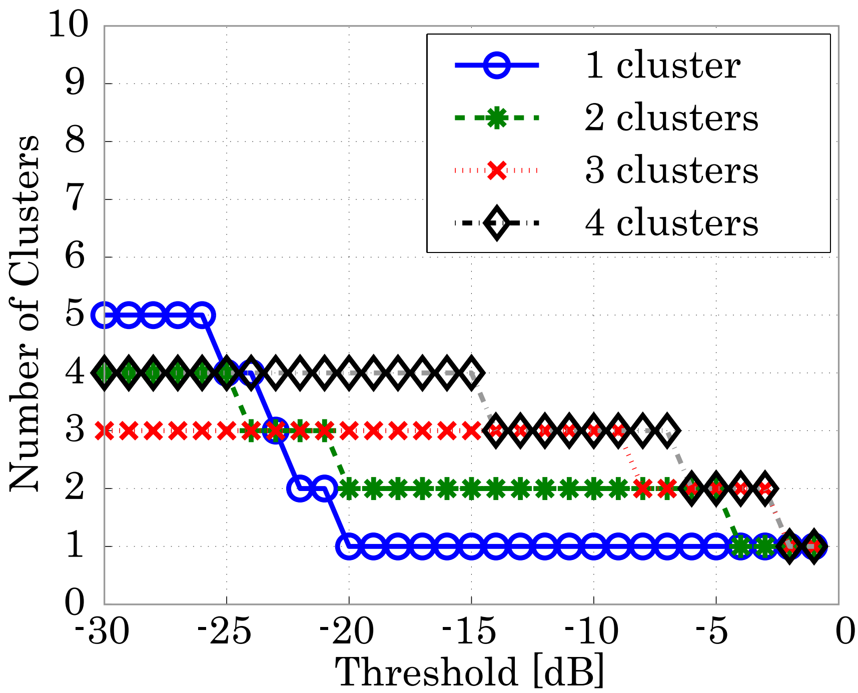


図 4.8：閾値と推定される波数の関係（BS-BF 法・角度広がりのある場合）

閾値を表 4.1 のように設定した上で，波（群）数推定の成功率を比較する．表 4.2 に示した 4 つのケースについてそれぞれ BF 法，DC-BF 法，BS-BF 法による波数推定を行い，その成功率を図 4.9 に示した．4 つのケースは全て角度広がりのある場合で，ケース１から３までは第 3 章で用いた表 3.1 と同じである．ケース４については，到来波の電力がこれまでよりも 5dB 広くした 5dB から 20dB の範囲内でランダムに分布する場合である．

図 4.9 より，到来する波数が少ない場合についてはほぼ DC-BF 法や BS-BF 法の成功率が BF 法の成功率を上回っている．特にケース 4 のように到来波の電力分布が広い場合，閾値を-10dB に設定している BF 法では電力の小さい波は検出できない，または誤って擬似ピークが検出されるということが起きる．しかし，指向性合成した 2 手法では擬似ピークを検出する確率が小さくなっており，レンジが広い分弱い波も検出できる．その結果成功率が BF 法よりも良い．中でも最も結果が良いのは DC-BF 法で，BS-BF 法はそれと比較してやや劣るが BF 法よりも結果が良い．しかし波数が 4 波の場合については BS-BF 法は結果が悪い．これはビーム幅が 3 手法の中で最も大きいため分解できないことが原因である．しかしこの問題は素子数を多くすることである程度解決できるため，DC-BF 法，BS-BF 法のように指向性合成によりサイドローブレベルを下げたことによって波数推定成功率を上げることができると言える．

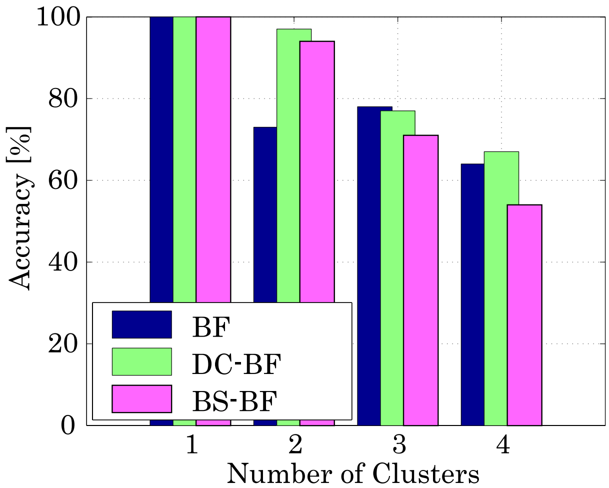
表 4.2：到来波の設定３

	SNR	最近接角度
ケース１	10〜20dB	26[deg]
ケース２	10〜20dB	13[deg]
ケース３	0〜10dB	26[deg]
ケース４※	5〜20dB	26[deg]

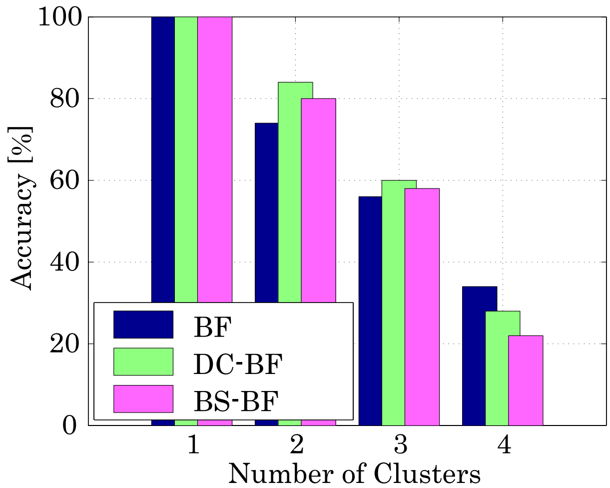
※ケース４は表 3.1 のケース４とは異なる．

4.3.2 到来方向推定精度の比較

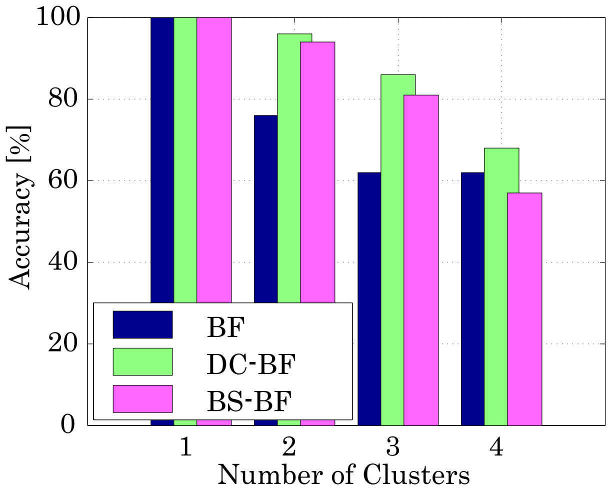
ここでは BF 法，DC-BF 法，BS-BF 法の到来方向精度の比較を行う．これまで同様，到来方向推定精度として角度広がりの中心角からのずれの RMSE 値（式 (3.7)）によって評価を行う．まずは各手法によって計算されたスペクトラムの比較を行う．一例として，SNR



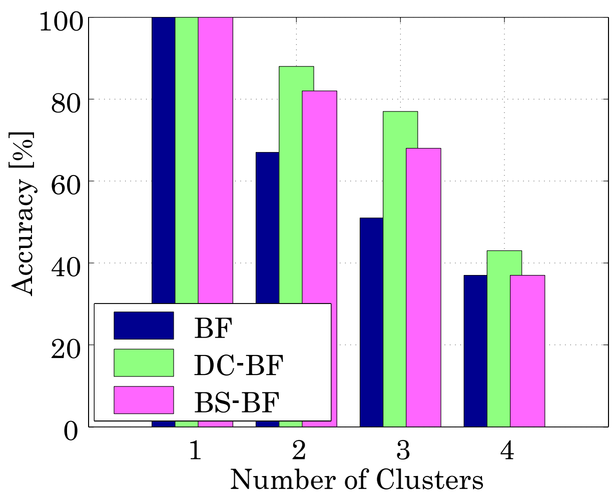
(a) ケース 1 ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:10〜20dB)



(b) ケース 2 ($\delta\theta_{min}$:13[deg], SNR:10〜20dB)



(c) ケース 3 ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:0〜10dB)



(d) ケース 4 ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:5〜20dB)

図 4.9 : 角度広がりがある場合の波数推定成功率

が 10dB, 15dB, 20dB, DOA が-20, 10, 40[deg] の 3 波が入射する場合の各手法から得られたビームフォーマスペクトラムを図 4.10 に，そのとき閾値を超えるピークのみを抜き出したものを図 4.11 に示す．3 つの角度スペクトラムを比較すると，最も鋭くピークを形成しているのはビーム幅が最も細い BF 法である．しかし，その閾値を超えるピークは全部で 4 つあり，一つは擬似ピークが閾値を超えたものであることがわかる．一方，サイドローブレベルを抑圧した DC-BF 法および BS-BF 法のスペクトラムはピークは鋭くないものの，到来方向以外のピークはかなり小さいレベルまで落ちている．

図 4.11 より，到来方向および電力が正しく推定できているのは DC-BF 法，BS-BF 法であり（電力は最大の波を基準としているので-10dB, 0dB, -5dB が真値），BF 法では角度も電力もやや真値からずれている．これは一様励振指向性にはメインビームとレベル差が十分でないサイドローブが存在することによって，到来方向以外の電力がかなり重ね合わされてしまうためである．

次に，スペクトラムで視覚的に評価するだけでなく定量的に評価をするため，第 3 章の式 (3.7) で定義した角度広がり中心からのずれの RMSE 値 e_{AS} を求める．表 4.2 で示した場合分けのうち，ケース１について各波群に対する RMSE を求めた結果を図 4.12 に示す．各ケースにつき試行は 100 回ずつ行うこととする．図 4.12(a) の最も強い波について 3 手法を比較すると，波群数が 4 の場合については BS-BF 法が最も悪い結果となっているが，波群数 3 波までは提案手法の DC-BF 法と BS-BF 法がともに，BF 法より精度が良いことがわかる．続いて図 4.12(a),(b),(c) を比較すると，弱い波になるにつれ BF 法は誤差がかなり増加している．一方，提案した 2 手法は弱い波群についてもあまり誤差が大きくなっていないことから，複数の波を精度良く推定するという点で BF 法よりも優れていると言える．

引き続きケース２～ケース４までについても同様にして e_{AS} を求めた結果を，図 4.13 に示す．これらについては 2 番目に強い波群までの結果を示す．どのケースにおいても，最も強い波群についての誤差は 3 つの手法であまり大きな違いはない．到来波の間隔が狭いケース２については，最も強い波群も 2 番目の波群も到来波の数が 4 になると BS-BF 法の誤差が BF 法を超えてしまうが，到来波数が 3 以下の場合については BF 法の誤差が最も大きくなっている．

これらのシミュレーション結果から，素子受信信号に振幅係数をかける（重み付けをする）ことにより指向性合成を行った上で方向サーチを行う 2 つの提案手法は通常のビームフォーマ法よりも到来方向推定精度が良いということが確認できた．

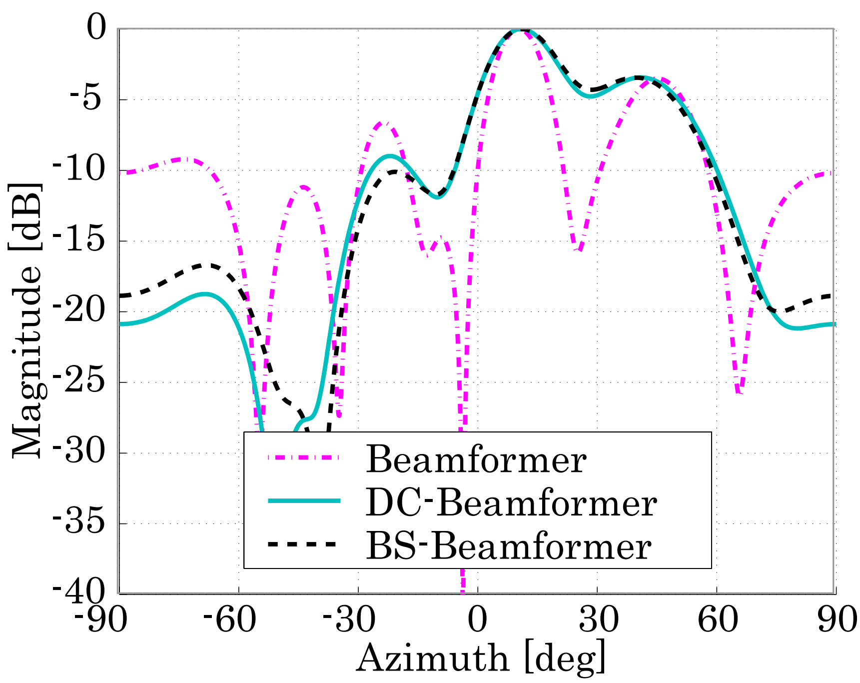


図 4.10：角度広がりのある場合（角度スペクトラム）

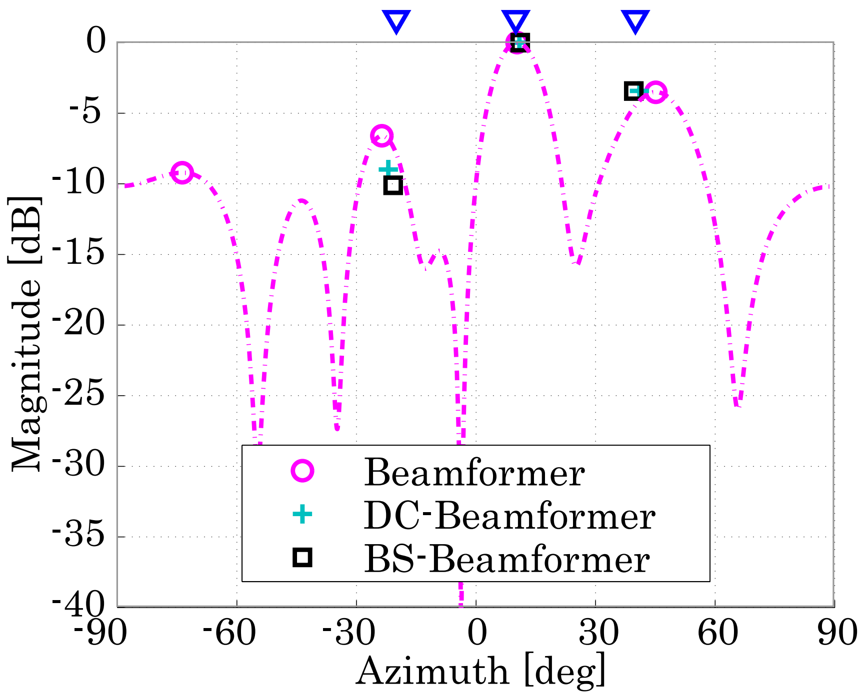
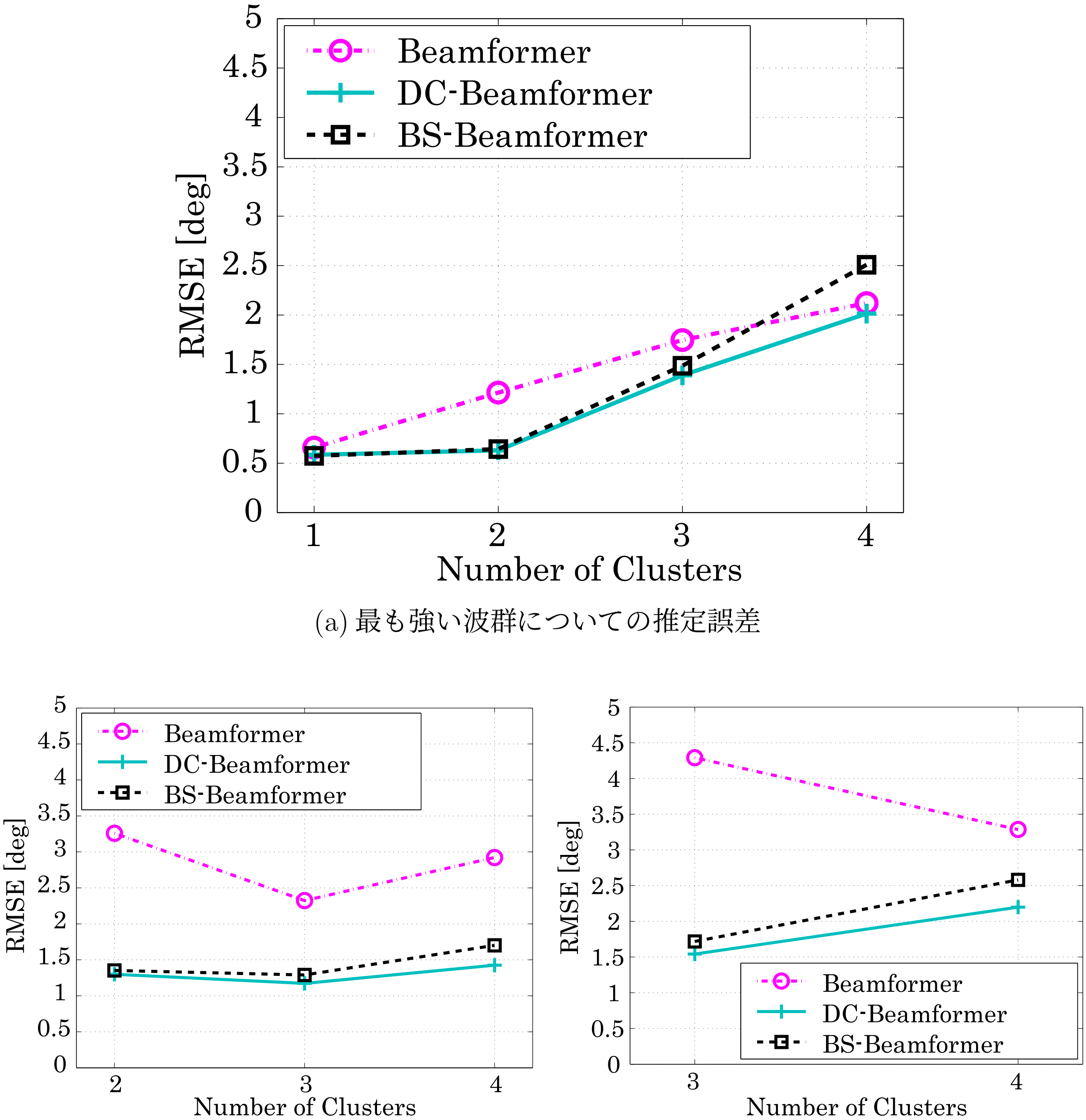


図 4.11：角度広がりのある場合（電力推定結果）



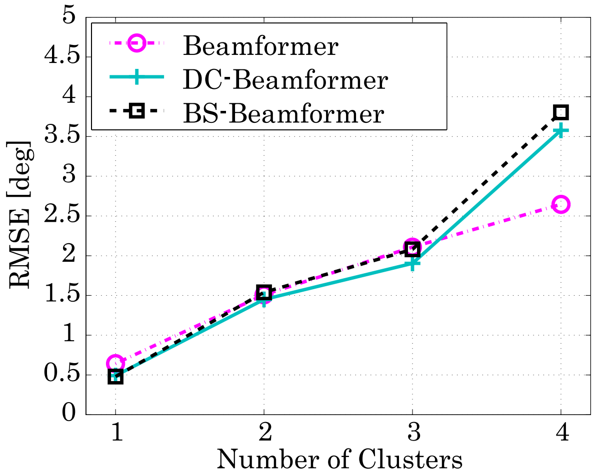
(a) 最も強い波群についての推定誤差

(b)2 番目に強い波群についての推定誤差

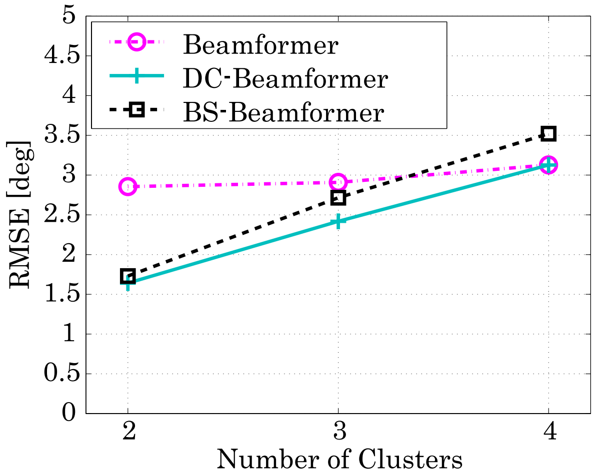
(c)3 番目に強い波群についての推定誤差

図 4.12：到来方向推定誤差の比較（ケース１）

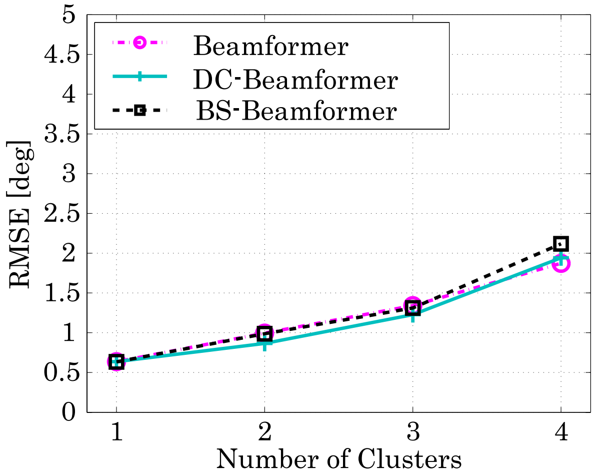
($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:10〜20dB)



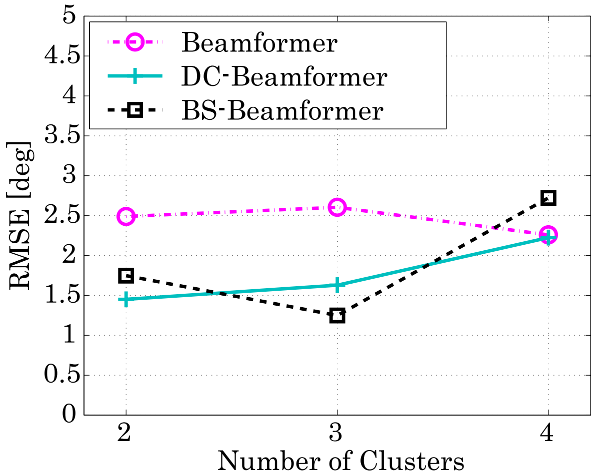
(a) ケース 2 ($\delta\theta_{min}$:13[deg], SNR:10〜20dB)



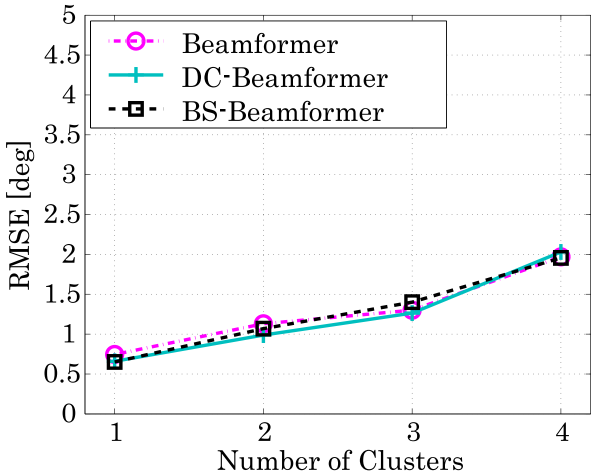
(b) ケース 2 ($\delta\theta_{min}$:13[deg], SNR:10〜20dB)



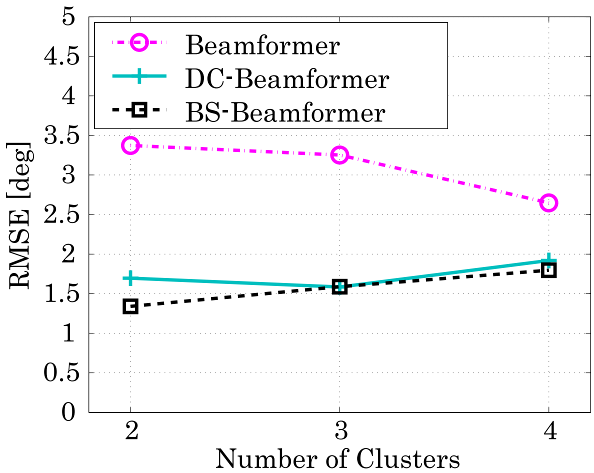
(c) ケース 3 ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:0〜10dB)



(d) ケース 3 ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:0〜10dB)



(e) ケース 4 ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:5〜10dB)

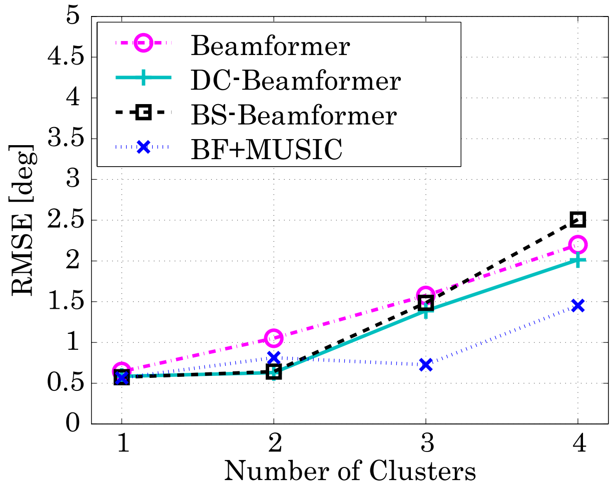


(f) ケース 4 ($\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:5〜20dB)

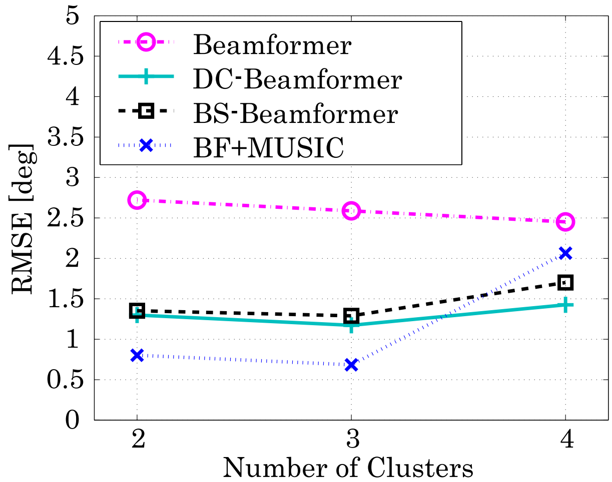
図 4.13：到来方向推定精度の比較 (BF 法，DC-BF 法，BS-BF 法)

4.3.3　MUSIC 法を用いる手法との比較

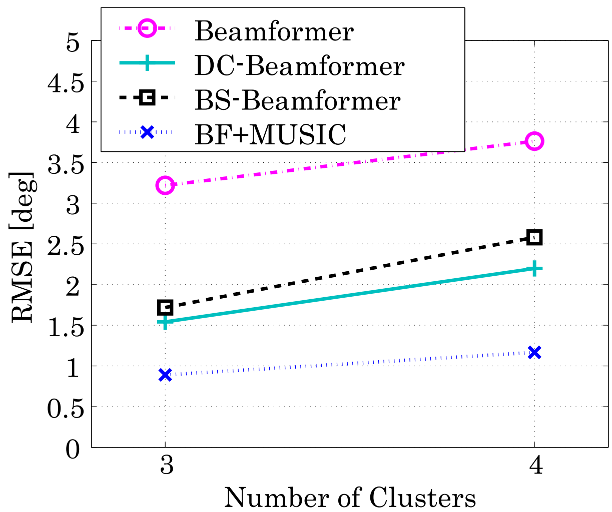
ここでは，第 2 章及び第 3 章において提案したビームフォーマ法によって波（群）数推定を行い，その結果を用いて MUSIC 法による到来方向推定を行なう手法と，本章で検証してきた指向性合成したビームフォーマ法の比較という視点で結果の考察を行う．表 4.2 のケース１において，BF 法，DC-BF 法，BS-BF 法，そして BF 法による波数推定をした結果を用いた MUSIC 法，という 4 つの手法で到来方向推定を行った結果を図 4.14 に示す．図 4.14 より，指向性合成した DC-BF 法と BS-BF 法は通常のビームフォーマ法と比べて推定精度が向上していることが確認できる．MUSIC 法を用いる手法も含めて比較を行うと，ほとんどの場合においてチェビシェフ指向性やビットシフトで指向性合成したビームフォーマ法の結果よりも，BF 法+MUSIC 法の精度が良いことがわかる．しかしながら，MUSIC 法を用いないビームフォーマ系は，演算処理としてはほぼ FFT しか必要としないため，計算量も加味すれば妥当な精度が得られていると言える．どのアルゴリズムが最も良いかは，求める精度や高速性によって異なる．到来方向推定アルゴリズムを実装する際には，目的や使用する環境などによりシステムに適切なアルゴリズムを選ぶことが重要である．



(a) 最も強い波群についての推定誤差



(b)2 番目に強い波群についての推定誤差



(c)3 番目に強い波群についての推定誤差

図 4.14：到来方向推定誤差の比較（ケース１：$\delta\theta_{min}$:26[deg], SNR:10〜20dB）

第 5 章

結論

本論文では，マルチパス環境下において伝搬構造を把握することを目的として，電波の到来方向推定アルゴリズムの開発を行った．まず超分解能と言われ非常によく用いられる手法である MUSIC 法が波数の推定を予め行なう必要があることから，マルチパス環境下においても正しく波数を推定できる手法の検討を行った．到来方向推定アルゴリズムとして知られるビームフォーマ法が環境に対して比較的ロバストであることに注目し，ビームフォーマ法のピーク数を数える手法を考案した．そして従来法である固有値分解に基づく MDL 法との比較を行い，特に角度広がりのある場合において提案手法が有効であるという結果を得た．

次に，ビームフォーマ法自体の改良法を検討した．通常のビームフォーマ法では一様励振アレーのメインローブによって方向サーチを行うため，比較的レベルの高いサイドローブの存在によって本来の到来方向以外にレベルの高いピークが現れ，到来方向推定の誤りが起きることがわかった．そこでアレー各素子ごとの励振方法を一様ではなく分布をもたせることによって指向性を合成し，到来方向及び波数の推定精度を改善することを考えた．検討したのはドルフチェビシェフ・ビームフォーマ法と，2^N（N は自然数）のみを係数に用いて指向性合成を行う方法である．前者はチェビシェフの多項式に起因する振幅係数を用いてサイドローブレベルを任意の一定値に抑圧する方法で，後者は FPGA での実装を背景にビットシフトのみで重み付けをしてサイドローブレベルを抑圧した指向性を合成する方法である．これらの指向性合成を行い，それによるビーム走査を行ったところ，通常の一様励振指向性を用いるビームフォーマ法よりも到来方向推定精度及び波数推定の成功率を上げることができた．また，その傾向は特に電力の弱い波について顕著であった．

最終的に提案した 3 手法（ビームフォーマ法による波数推定+MUSIC 法，ドルフチェビシェフ・ビームフォーマ法，ビットシフト・ビームフォーマ法）を角度広がり環境で比較

したところ，ビームフォーマ法による波数推定+MUSIC 法の精度が最も良いことがわかった．しかしながら，MUSIC 法を用いない 2 手法も計算量が少ない割に良い精度が得られており，十分有用な手法であるということが確認できた．

謝辞

本研究を進めるにあたり，熱心に御指導下さった新井宏之教授に深く感謝致します．また，研究に関する知識および的確なアドバイスを下さった市毛弘一助教授ならびに D2 の井上祐樹氏に深く感謝致します.

最後に研究生活を共に過ごした新井研究室の皆様に深く感謝致します.

発表文献

[1] 松崎枝里子, 新井宏之, “マルチパス環境下の到来方向推定精度への振幅制限の影響,” 信学総大, B-1-22, 2003 年 3 月.

[2] 松崎枝里子, 新井宏之, “マルチパス環境における Beamformer 法を用いた波数及び到来方向の推定,” 信学ソ大, B-1-119, 2003 年 9 月.

[3] 松崎枝里子, 新井宏之, “マルチパス環境におけるビームフォーマ法を用いた波数及び到来方向の推定,” 信学総大, B-1-237, 2004 年 3 月. (発表予定)

参考文献

[1] 進士 昌明編, 安達文幸 [ほか] 共著, “移動通信, ” 丸善株式会社. 1989.

[2] 唐沢 好男, “ディジタル移動通信の電波伝搬基礎, ” コロナ社. 2003.

[3] 表 英毅, 藤井 輝也, “移動体通信における時間・空間パスモデルに関する位置考察（その５）, ” 信学技報, AP2001-217, pp. 49-55, Mar. 2002.

[4] W. F. Gabriel, “Adaptive Processing Array System, ” Proc. IEEE, vol. 80, No. 1, pp. 152-162, Jan. 1992.

[5] H. Krim and M. Viberg, “Two decades of array signal processing research,” IEEE Signal Process. Mag., vol. 13, No.4, pp.67-94, July 1996.

[6] 相原 佑吉, 戸田 健, 神尾 享秀, 高田 潤一, “マルチパスフェージング環境における基地局用スマートアンテナの干渉除去効果の素子間隔依存性 ―電波暗室での実験的検証―, ” 信学技報, AP2001-70, pp. 43-50, Aug. 2001.

[7] 鷹取 泰司, 長 敬三, “フィードバック情報を削減可能な SDMA 指向性制御法, ” 信学技報, AP2003-142, pp. 55-59, Sept. 2003.

[8] 菊間 信良, “アレーアンテナによる適応信号処理, ” 科学技術出版, 1998.

[9] 新井 宏之, “DOA 推定にもとづく DBF アンテナの実装に関しての検討, ” 信学技報, AP2003-141, pp.49-54, Sept. 2003.

[10] 山田 健一, 辻 宏之, “周辺散乱モデルを利用したアレーアンテナビーム形成法, ” 信学技報, AP2000-213, pp. 85-90, Mar. 2001.

[11] 北原 美奈子, 小川 恭孝, 大鐘 武雄, “多ユーザ環境における DS-CDMA システムの下り回線用アダプティブアレーアンテナ,” 信学技報, AP99-196, pp. 1-8, Feb. 2000.

[12] 小林 陽治, 菊間 信良, 稲垣 直樹, “CDMA/FDD 通信における送信用アダプティブアレーの素子間相互結合の一検討, ” 信学技報, AP2002-100, pp. 53-57, Oct. 2002.

[13] 辻 宏之, “CD series No.4, MATLAB プログラム事例解説　アレーアンテナ”, 株式会社トリケップス, 2001.

[14] 後藤 尚久, 新井 宏之 共著, “電波工学”, 昭晃堂. 1992.

[15] 阪口 啓, 高田 潤一, 荒木 純道, “ESPRIT 法を用いた多重波パラメータの推定法, ” 信学技報, AP1997-151, pp. 23-30, Dec. 1997.

[16] 新井 宏之 著, “新アンテナ工学”, 総合電子出版社. 1996.

[17] 濱村 昌則, 太刀川 信一, “車速感応型適応アンテナ, ” 電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J84-A, No. 7, pp.959-968, July 2001.

[18] 新井 隆宏, 原 六蔵, 山田 寛喜, 山口 芳雄, “SRA のためのアンテナアレー校正法, ” 信学技報, AP2002-28, pp.39-44, May 2002.

[19] 宇佐美 星治, 菊間 信良, 稲垣 直樹, “Unitary ESPRIT による角度広がりをもつ到来波の角度分解, ” 信学技報, AP2000-134, pp.51-58, Oct. 2000.

[20] 今井 哲朗, 森 慎一, “広帯域移動伝搬における時空間パス生成モデルの提案, ” 信学技報, AP2002-10, pp. 55-60, Apr. 2002.

[21] J. Jeong, K. Sakaguchi, K. Araki and J. Takada, “Generalization of MUSIC Using Extended Array Mode Vector for Joint Estimation of Instantaneous DOA and Angular Spread, ” IEICE Trans. Commun., vol. E84-B, No.7, July 2001.

[22] Y. Miura, Y. Oda, K. Tsunekawa and Masaharu Hata, “New Angular Profile Model for Urban Mobile Propagation Channels, ” Proceedings of ISAP2000, Fukuoka, Japan.

[23] R. B. Ertel, Paulo Cardieri, K. W. Sowerby, T. S. Rappaport and J. H. Reed, “Overview of Spatial Channel Models for Antenna Array Communication Systems,” Personal Communications, IEEE, vol. 5, No. 1, pp.10-22, Feb. 1998.

[24] D. Astely and B. Ottersten, “The Effects of Local Scattering on Direction of Arrival Estimation with MUSIC, ” IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 47, No. 12, pp. 3230-3234, Dec. 1999.

[25] C. L. Dolph, “A Current Distribution for Broadside Arrays Which Optimazes the Relationship Between Beam Width and Side-Lobe Level, ” Proc. I.R.E., Vol. 34, pp.335-348, June 1946.

[26] G. J. Van Der Maas, “A Simplified Calculation for Dolph-Tchebycheff Arrays,” Journal of Applied Physics, vol. 25, No. 1, Jan. 1954.

[27] D. Barbiere, “A Method for Calculating the Current Distribution of Tschebycheff Arrays, ” Proc. I.R.E., vol. 40, pp.78-82, Jan. 1952.

付録 A

空間平均法

ここでは，受信信号の相関行列 R_{xx} に施す空間平均法について補足説明を行う．第 1 章で MUSIC 法の原理を述べた際に触れたが，相関性干渉波がアレーに入射する場合相関行列のランクが正しい値を示さず，固有値展開を用いる手法では正しく到来方向推定を行うことができない．そこでその対処法として，空間平均法がある．空間平均法の基本原理は，相関のある波の位相関係は受信位置で異なるので，受信点を適当に平行移動させて相関行列を求めればその平均効果により相互相関値が低下するというものである．通常は，物理的にアレーアンテナを動かすことはせず，全体のアレーアンテナから同じ配列を持つサブアレーを複数個取り出し，それらからの相関行列を平均する方法をとる．本論文では，Forward-Backward(F/B) 空間平均法を用いた．まず，全アレー (M 素子) の入力ベクトルのうち，N 素子からなる第 n サブアレー (K) 素子の入力ベクトル $X_n(t)$ を取り出し，第 n 部分相関行列を求める．

$$X = [x_n(t), x_{n+1}(t), \cdots, x_{n+K-1}(t)]^T \ (n = 1, 2, ..., N) \tag{A.1}$$

$$R_{xx}^n = E[X_n(t) S_n^H(t)] \ (n = 1, 2, ..., N) \tag{A.2}$$

ここで各部分相関行列に一様重み付けを行うことにより空間平均後の相関行列 $\bar{R}_{xx}$ が得られる．これを一様空間平均法という．

$$\bar{R}_{xx} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{N} R_{xx}^n \tag{A.3}$$

$$= E[X_n(t) X_n^H(t)] \ (n = 1, 2, ..., N) \tag{A.4}$$

次に，一様空間平均にもうひと工夫加えた F/B 空間平均法について説明する．M 素子の全アレーの入力ベクトルを $X(t)$ とすると，その複素共役を取り成分を逆順に並べたベクトル

(Backward ベクトル）は，次のように表すことができる．

$$
\begin{aligned}
X_b(t) &= [x_M^*(t), x_{M-1}^*(t), \cdots, x_1^*(t)]^T = JX^*(t) &\text{(A.5)}\\
J &= \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} &\text{(A.6)}
\end{aligned}
$$

行列 J を用いて並べ替えた Backward ベクトルと，もとの相関行列 $R_{xx}^f = R_{xx}$ を用いて，新たな相関行列 R_{xx}^{fb} を次のように定義する．

$$
R_{xx}^{fb} = \frac{R_{xx}^f + R_{xx}^b}{2} \tag{A.7}
$$

これに対して先に述べた一様空間平均を施す手法を，Forward-Backward(F/B) 空間平均法という．

付録 B

MUSIC適用条件と過剰推定の理論

相関行列 R_{xx} の固有ベクトル，固有値に基づく MUSIC 法では，1.2.2 節でも述べたように全アレー素子数 M −到来波数 L 個の固有ベクトルを用いてスペクトラムを計算する．固有ベクトルは対応する固有値が式 (1.14) のように雑音固有値と等しいものと，雑音固有値よりも大きいものに分ける．よって内部雑音に等しい最小固有値を少なくとも 1 個は確保しなければ成り立たない．これよりアレーの全素子数について，以下の条件を満たすことが必要である．これを MUSIC 適用条件を呼ぶ.

$$M \quad \geq \quad L+1 \tag{B.1}$$

また，相関を抑圧するために空間平均を相関行列 R_{xx} に施している場合は，サブアレー素子数を K とすると空間平均後の相関行列が $K \times K$ の行列となっているため，上記 MUSIC 適用条件は $K \geq L+1$ と置き換えられる．

この MUSIC 適用条件より，アレー素子数（空間平均時はサブアレー素子数）に対して推定可能な波数 $L_{max} = M - 1$ もりくは $K - 1$ が決まる．ところで波数が過剰に推定された状態で到来方向推定を行なうと，ピーク数は本来の到来波数より多くなるものの，その電力を推定すると擬似ピークの電力は真の到来方向ピークに対して非常に小さくなることがわかっている [15]．このことを利用して，はじめから波数推定は行わずに固定の過剰波数を与えて到来方向推定を行うという方針が，過剰推定の理論である．過剰推定の理論に則る場合，波数推定をすることなく波数は L_{max} に固定して MUSIC 法による到来方向推定を行う．そして得られた到来方向それぞれについて電力推定を行う．この方法は比較的複雑でない伝搬環境においては有効だが，複雑なマルチパス環境においては波数が確定的でないため擬似ピークが多数検出され，真の到来方向の推定が難しくなる．