

卒業論文

最大の電界強度を有する到来波の 到来方向推定に関する研究

指導教官 新井 宏之 教授

平成18年2月28日提出

横浜国立大学 工学部 電子情報工学科

0244016 伊東 直樹

要約

近年，携帯電話や無線 LAN などの急速な普及に伴い，都市部や市街地においては，マルチパスフェージングの影響，リピーターの影響などにより，十分な通信品質を保つことが難しい場所が存在する．このような場所をなくすためには，エリア設計を改善することが望まれる．そこで，まず該当区域における到来波の到来方向や電界強度の推定，および送信源である基地局を特定する到来波推定システムが必要である．

到来波推定システムとしては，アレー出力相関行列の固有値展開に基づく MUSIC 法などの超分解能と呼ばれる優れた特性を有する方法が提案され，現在もっとも注目されている．しかし，これらの全ての手法は，アレー素子数より到来波数が多い場合には推定精度が著しく劣化するという限界を有している．

そこで，本論文では，アレー素子数より到来波数が多い場合についても到来方向推定が行えるように，最大の電力を有する到来波を対象を絞り，方向推定精度を上昇させる手法として，相関行列の第一固有ベクトルを抜き出す手法を提案する．これは，アレー出力ベクトルの相関行列を固有値展開し，第一固有ベクトルを抜き出して，それ自身のエルミート積をとることで再び相関行列を生成した後に空間平均法を適用することで，特に最大の電力を有する到来波の成分を抜き出し，推定精度を上昇させる手法である．

提案法の性能を評価するために，アレー自由度を超える波数の場合においてシミュレーションを行った．ランダムな到来波状況におけるシミュレーション結果より，MUSIC 法を用いた推定では RMSE にして 3.49 度であったのに対し，提案手法では 2.14 度という結果が得られ，有用性を確認した．

提案手法の有効性を確認するため，電波暗室内で実験を行った．結果，MUSIC 法では成功確率 50%，平均誤差 8.4 度であったのに対し，提案手法では平均誤差 3.7 度となり，有用性を確認した．

また，さらなる精度の上昇をはかるため，ビームスペース方式を適用し，シミュレーションを行った．シミュレーション結果より，無相関波についてはエレメントスペース方式では RMSE 5.01 度であったのに対して，ビームスペース方式では 1.15 度となり，精度の上昇を確認したが，相関波についてはエレメントスペース方式の RMSE が 2.45 度だったのに対し，ビームスペース方式では 6.24 度と推定精度が劣化した．

目次

第 1 章	序論	1
第 2 章	到来方向推定法の原理	4
2.1	矩形アレーアンテナの受信信号の定式化	4
2.2	MUSIC 法による到来波推定	6
2.3	F/B 空間平均法	10
2.4	提案手法	12
第 3 章	シミュレーションによる性能評価	14
3.1	シミュレーション諸元	14
3.2	到来角度差に対する特性	17
3.3	到来強度差に対する特性	19
3.4	ランダムな到来波に対する特性	22
第 4 章	実験による評価	23
4.1	実験の諸元	23
4.2	実験結果	25
第 5 章	ビームスペース方式の適用	27
5.1	ビームスペース方式の原理	27
5.2	シミュレーションによる評価	29
第 6 章	結論	32
謝辞		33
参考文献		34
付録 A	素子間相互結合とその校正	35

第 1 章

序論

近年，携帯電話や無線 LAN の急速な普及に伴い，電波利用状況や無線基地局ならびに携帯端末における電波感度を監視制御することが重要となっている．エリア設計では，サービス対象エリアをくまなくカバーできるように基地局アンテナを設置しチルト等の調整をすることで，十分な通信品質を提供している．しかし，通信品質を劣化させる要因として，マルチパスフェージングやリピーターの影響，およびレイクフィンガー以上の電波が到来する状況などが挙げられ，特に都市部，市街地において十分な通信品質を保つことが難しい特異なスポットが存在する．

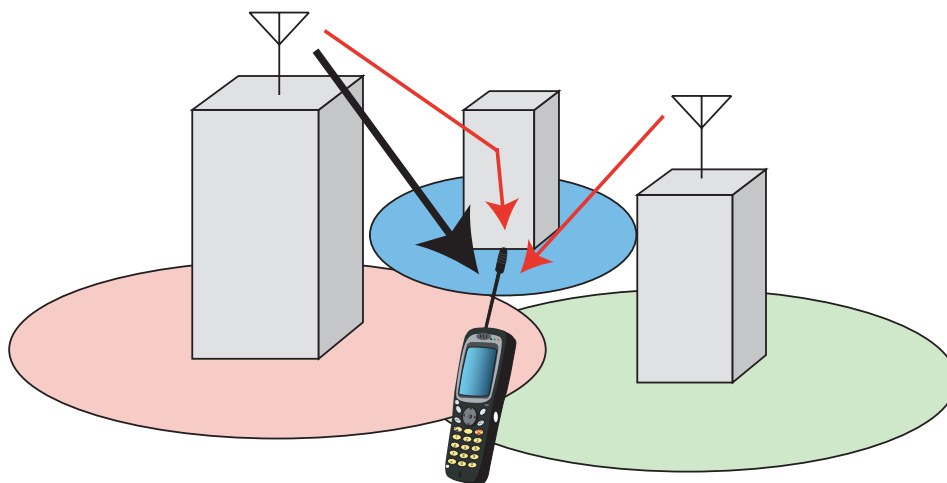


図 1.1: 市街地での伝搬環境

このような問題に対処するために，該当区域の到来波の到来方向や電界強度の推定，およびパイロット信号の情報から送信源である基地局を特定することで，品質劣化の原因を調べ，エリア設計を改善することが望まれる．

現在，これらの要求を実現するための技術として注目を浴びているのが，アレーアンテナによる到来方向推定アルゴリズムである．アレーアンテナとは，複数のアンテナを配列し，個々の素子の励振の振幅および位相を独立に制御できるようにしたものである．さらに，指向性特性の適応制御を行うアレーアンテナシステムをアダプティブアレーと呼ぶ(図 1.2)．アレーアンテナによって受信した複数の異なる地点における信号の受信データに信号処理を施すことによって，各到来波の到来方向や電力レベル，伝搬時間遅延などの信号パラメータを抽出することが可能となる．

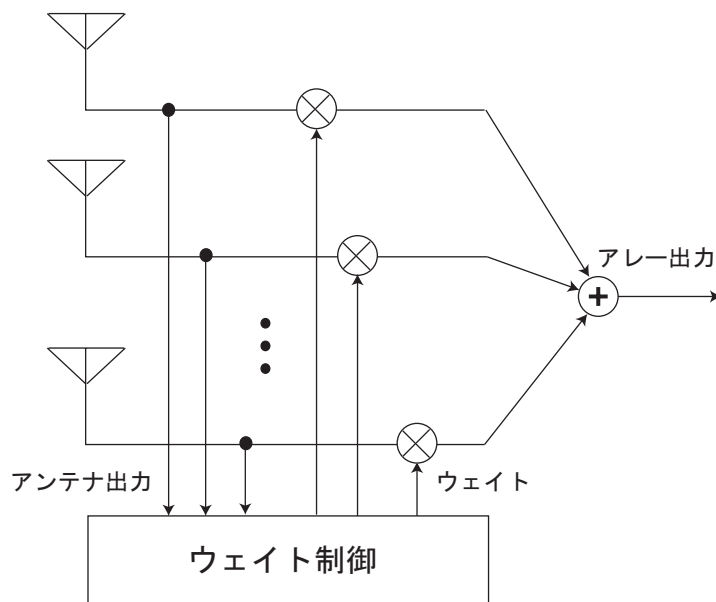


図 1.2: アダプティブアレーの構成

アレーアンテナを用いた到来方向推定法についてはいくつか報告されている．もっとも基本的な方法はフーリエ変換と同じ原理であるビームフォーマ (beamformer) 法で，その後，ある方向にメインローブを向けると同時に他の方向からの出力への寄与を最小化する Capon 法，ヌル点合成を適応的にを行い信号を消し去る動きによって到来方向推定を行う線形予測法 (LP:Linear Prediction) が登場し，その高い分解能特性が数多く紹介されてきた．さらにアレー入力の相関行列の固有展開に基づく最小ノルム法 (Min-Norm)，MUSIC(MUltiple SIgnal Classification)[1]そして ESPRIT(Estimation of Signal Parameters via Rorarional Invariance Techniques)[2]が提案され，超分解能 (super resolution) とも呼ばれるすぐれた特性を有するため現在もっとも注目を浴びている．

また，市街地などでは，反射などによる同一波源からの相関の強い波が複数入射することが考えられるが，ビームフォーマ法を除くこれらのアルゴリズムでは，アレー入力ベクトルの相関行列のランクの縮退が原因で相関性到来波の到来方向推定を行うことができない．この問題は，空間平均法 (SSP:Spatial Smoothing Preprocessing)[3]を用いることで解決される．空間平均法とは，相関のある波の位相関係が受信位置によって異なる

ることを利用して、異なる受信点からアレー受信ベクトルを形成し、相関行列を求めることで、相互相関値を低下させる手法である。

このように到来方向推定アルゴリズムに関しては様々な検討がなされているが、現在提案されているアルゴリズムの多くは、アレー素子数が到来波数より多いことを前提としている。しかし、アレーアンテナによる到来方向推定を行うにあたり、重量やコストなどの問題で十分なアレー素子数を確保できない場合もあり、市街地などにおいてコヒーレント波を含む複数の複雑な到来波が存在した場合にアレー自由度(アレー素子数-1)より多い波が到来する状況が考えられ(図1.3)、このような状況下では従来の到来方向推定アルゴリズムの精度が著しく劣化する。自由度を超える数の到来波に対する方向推定法として、cyclic MUSIC法[4]などが挙げられるが、この手法では到来波の周期定常性を利用し、選択的に到来方向推定を行う手法であるが、選択する波の周期定常性に関する情報が必要となる。しかし、自由度を超える数の到来波が存在する状況において、最大の強度を有する到来波だけであっても、方向推定を行うことができることは重要である。

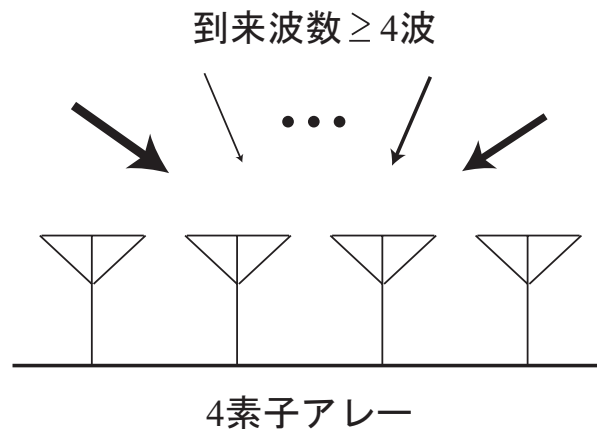


図 1.3: アレー自由度を超える到来波数

本研究では、現在注目を浴びているアルゴリズムである MUSIC 法において、アレー入力ベクトルの相関行列の第一固有ベクトルを抜き出し、相関行列を再構成したのちに空間平均法を適用する手法を用いて、最大の強度を有する到来波の方向推定精度を上昇させる方法を提案する。この提案手法の特性を評価するため、シミュレーションを行い、実験によってこの手法が実際に有用であることを確認する。また、この手法をビームスペース方式に適用することを考え、シミュレーションを行う。

以下に本論文の構成を示す。第2章では本研究で用いた到来方向推定法の原理について述べる。第3章では様々なシミュレーション結果と、その考察について述べる。第4章では暗室における実験結果について述べる。第5章では提案手法にビームスペース方式を適用した場合の到来方向推定についてシミュレーションを行い、その結果について考察する。第6章を本研究の結論とする。

第 2 章

到来方向推定法の原理

本章では，到来方向推定法の原理について述べる．本論文では矩形に配置したアレーアンテナを用いるが，まずこのアレーアンテナで受信した信号について定式化を行う．このアレーアンテナを用いた到来波推定アルゴリズムとして MUSIC 法について述べる．また，相関波の到来を想定するため，空間平均法について述べる．そして，本論文において提案する手法について述べる．

2.1 矩形アレーアンテナの受信信号の定式化

受信アレーアンテナを，図 2.1 のように x 軸方向に Δx ， y 軸方向に Δy の間隔で配置された $M \times N (= K)$ 素子の等間隔矩形アレーとする．ここで，アンテナは無指向性であり，アンテナ間の相互結合は無いものとする．

到来波数を L とし，図 5.1 のようにその到来方向を θ_ℓ ($\ell = 1, \dots, L$) とする．アレーアンテナでは，アンテナ間の受信位相差を利用する．ここで矩形アレーではアンテナ間の受信位相差は，素子間隔と到来角度によって次のように表現される．

$$\phi_{1,m}(\theta_\ell) = \frac{2\pi}{\lambda} (m-1) \Delta x \cos \theta_\ell \quad (2.1)$$

$$\phi_{2,n}(\theta_\ell) = \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) \Delta y \sin \theta_\ell \quad (2.2)$$

この受信位相差を用いて， m 行 n 列目の素子の複素受信データ $x_{m,n}(t)$ は以下のように表される．

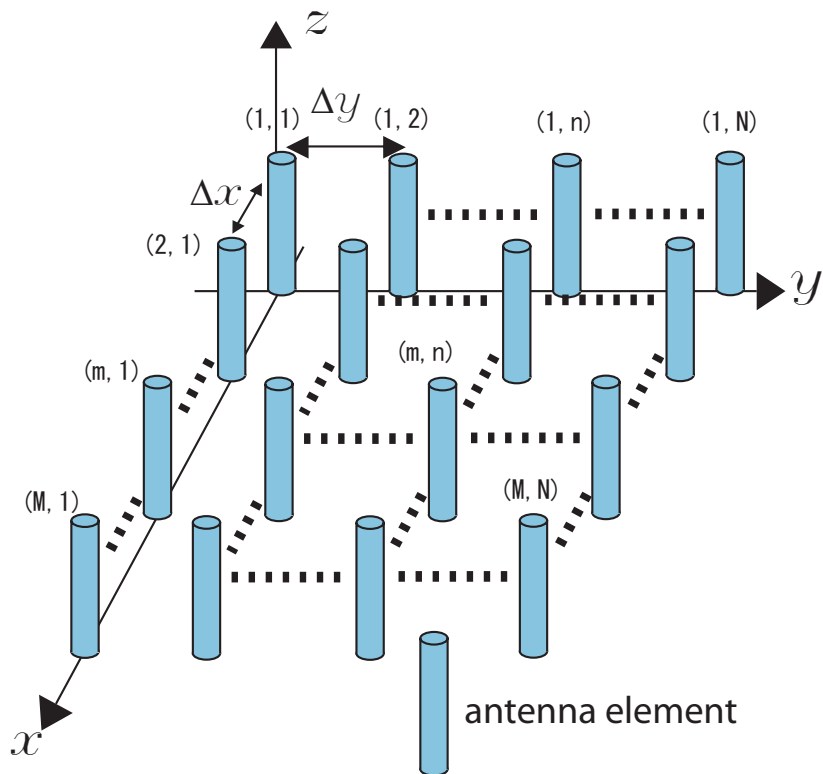


図 2.1: 矩形アレー

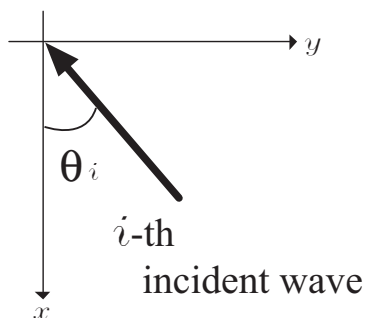


図 2.2: 到来波と到来方向の関係

$$x_{m,n}(t) = \sum_{\ell=1}^L F_{\ell}(t) e^{j\{\phi_{1,m}(\theta_{\ell}) + \phi_{2,n}(\theta_{\ell})\}} + n_{m,n}(t) \quad (2.3)$$

ここで、 $F_{\ell}(t)$ は第 ℓ 波の 1 行 1 列目の素子における複素振幅、 $n_{m,n}(t)$ は内部雑音、 λ は波長である。複素受信データ $x_{m,n}(t)$ をベクトル化して表現すると、

$$X(t) = AF(t) + N(t) \quad (2.4)$$

$$X(t) = [x_{11}(t), \dots, x_{1N}(t), x_{21}(t), \dots, x_{2N}(t), \dots, x_{M,1}(t), \dots, x_{M,N}(t)]^T \quad (2.5)$$

$$A = [a(\theta_1), \dots, a(\theta_{\ell}), \dots, a(\theta_L)] \quad (2.6)$$

$$a(\theta_\ell) = \left[e^{j\{\phi_{11}(\theta_\ell)+\phi_{21}(\theta_\ell)\}}, \dots, e^{j\{\phi_{1,M}(\theta_\ell)+\phi_{21}(\theta_\ell)\}}, \right. \\ \left. e^{j\{\phi_{11}(\theta_\ell)+\phi_{22}(\theta_\ell)\}}, \dots, e^{j\{\phi_{1,M}(\theta_\ell)+\phi_{2,N}(\theta_\ell)\}} \right]^T \quad (2.7)$$

$$F = [F_1(t), \dots, F_L(t)] \quad (2.8)$$

となる。ただし， $[\cdot]^T$ は転置を表す。 $X(t)$ を入力ベクトル， $a(\theta_\ell)$ を方向ベクトルと呼ぶ。

また，虚像が存在しないような素子間隔については，式 (2.1)，式 (2.2) より，

$$\frac{2\pi}{\lambda}d_x \sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda}d_x \sin\theta_0 + 2\pi m \quad (2.9)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}d_y \sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda}d_y \sin\theta_0 + 2\pi n \quad (2.10)$$

より

$$d_x, d_y \leq \frac{\lambda}{2} \quad (2.11)$$

となり，素子間隔は半波長未満でなくてはならない。

2.2 MUSIC 法による到来波推定

本節では，MUSIC 法の原理について述べる。

まず，前節で定義した入力ベクトル $X(t)$ を用いて，相関行列 R_{xx} を求める。

$$R_{xx} = E[X(t)X^H(t)] \quad (2.12)$$

$$= ASA^H + \sigma^2 I \quad (2.13)$$

ただし， E は平均をとる操作を示す。また， S は信号相関行列である。

$$S = E[F(t)F^H(t)] \quad (2.14)$$

方向行列 A は，到来波の到来方向が異なることで独立なベクトルをもち，素子数 L と等しいランクを持つ。また，到来波が相関を持たない場合， S はランク L の対角行列となる。したがって，(2.9) より，この相関行列 $R_{xx} = ASA^H$ はランク L の非負定値エルミート行列であることが導かれ，この行列について固有展開を行う事が可能となる。この行列の固有値を μ_i ($i = 1, 2, \dots, K$)，対応する固有ベクトルを e_i ($i = 1, 2, \dots, K$) で表す。

$$\begin{aligned} R_{xx}e_i &= (ASA^H + \sigma^2 I)e_i \\ &= ASA^H e_i + \sigma^2 e_i \\ &= \mu_i e_i + \sigma^2 e_i \\ &= (\mu_i + \sigma^2)e_i \quad (i = 1, 2, \dots, K) \end{aligned} \quad (2.15)$$

この固有ベクトルは，次の関係を満たす．

$$e_i^H e_k = \delta_{ik} \quad (i = 1, 2, \dots, K) \quad (2.16)$$

ここで，エルミート行列の固有値は実数であり，エルミート行列の異なる固有値に対応する固有ベクトルは互いに直交するということが分かっている．ただし， δ_{ik} はクロネッカーのデルタである．

そこで，

$$\lambda_i \triangleq \mu_i + \sigma^2 \quad (i = 1, 2, \dots, K) \quad (2.17)$$

とにおいて相関行列 R_{xx} の固有値を表すと

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L > \lambda_{L+1} = \dots = \lambda_K = \sigma^2 \quad (2.18)$$

という関係式を得る．これより相関行列の固有値を求め，熱雑音電力 σ^2 より大きい固有値の数から到来波数 L を推定することが出来る．

ここで熱雑音電力に等しい固有値に対応する固有ベクトルに着目してみる．

$$R_{xx} e_i = (ASA^H + \sigma^2 I) e_i = \lambda_i e_i = \sigma^2 e_i \quad (i = L + 1, \dots, K) \quad (2.19)$$

と表されるので

$$ASA^H e_i = 0 \quad (i = L + 1, \dots, K) \quad (2.20)$$

が導かれる．さらに行列 A と S がフルランクであることから

$$A^H e_i = 0 \quad (i = L + 1, \dots, K) \quad (2.21)$$

すなわち，

$$a^H(\theta_\ell) e_i = 0 \quad (\ell = 1, 2, \dots, L; i = L + 1, \dots, K) \quad (2.22)$$

となる．これは熱雑音電力に等しい固有値に対応する固有ベクトルはすべて到来波の方向ベクトルと直交することを意味している．アレーアンテナの指向性パターンで考えると，固有ベクトル $\{e_{L+1}, \dots, e_K\}$ をアレーアンテナのウエイトベクトルとして考えた場合，到来波の方向に指向性のヌル（零点）が向けられることになる． $(K - L)$ 個の固有ベクトル $\{e_{L+1}, \dots, e_K\}$ は最小固有値 σ^2 に対応するため， $(K - L)$ 個の固有ベクトルは最小ノルム法の重み付けと見ることが出来る．よってアレーアンテナのウエイトとして用いたとき，電力最小化の観点からすべての到来方向に指向性のヌルを作ることは容易に納得できる．

また，固有ベクトルと方向ベクトルの関係を幾何学的に考えてみると，固有ベクトル $\{e_1, e_2, \dots, e_K\}$ は互いに直交するので K 次元のエルミート空間の正規直交基底ベクトルとして扱われる．ベクトル V によって張られる部分空間を $\text{span}(V)$ と表すと，この K 次元空間は性質上

$$S = \text{span}\{e_1, e_2, \dots, e_L\} \quad (2.23)$$

$$N = \text{span}\{e_{L+1}, e_{L+2}, \dots, e_K\} \quad (2.24)$$

の二つの部分空間に分けることができ， S と N は互いに直交補空間の関係にある．一方，式 (2.22) より

$$S' = \text{span}\{a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_L)\} \quad (2.25)$$

も部分空間 N と直交する L 次元空間を張る．よって部分空間 S と S' は共に L 次元で N と直交する補空間を作るので

$$S = S' \quad (2.26)$$

であると言える．すなわち， L 個の固有ベクトル $\{e_1, \dots, e_L\}$ と L 個の方向ベクトル $\{a(\theta_1), \dots, a(\theta_L)\}$ は同じ空間にあり互いに他方のベクトルの線形結合で表現できる．なお，部分空間 S と N はそれぞれ信号部分空間 (signal subspace)，雑音部分空間 (noise subspace) と呼ばれている．

ここで到来方向推定の話に戻る． $(K - L)$ 個の固有ベクトルは各々が最小ノルム法のウェイトベクトルである．それ故，

$$P_{MN_1}(\theta) = \frac{1}{|e_{L+1}^H a(\theta)|^2} \quad (2.27)$$

$$P_{MN_2}(\theta) = \frac{1}{|e_{L+2}^H a(\theta)|^2} \quad (2.28)$$

⋮

$$P_{MN_{K-L}}(\theta) = \frac{1}{|e_K^H a(\theta)|^2} \quad (2.29)$$

というように $(K - L)$ 個の最小ノルム法による角度スペクトラムを構成できる．MUSIC 法ではそれぞれの角度スペクトラムの偽像 (スプリアス) をできるだけ排除し，共通の真の到来方向を指し示すスペクトラムのみを取り出すために，これらをそのまま平均するのではなく，次のように合成を行う．

$$\frac{1}{\frac{1}{P_{MN_1}} + \frac{1}{P_{MN_2}} + \dots + \frac{1}{P_{MN_{K-L}}}} \quad (2.30)$$

これはあたかも抵抗素子の並列接続のような合成であり，抵抗の並列接続と考えれば，ある一つの抵抗（最小ノルムスペクトラム関数の一つ）が偶然大きくなっても全体の合成抵抗はあまり影響を受けず，すべての抵抗が同時に大きくなったときに合成抵抗が大きくなる．

式 (2.30) を整理し， $\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)$ を掛けて正規化すると

$$\begin{aligned} P_{MU}(\theta) &\triangleq \frac{1}{\sum_{i=L+1}^K |\mathbf{e}_i^H \mathbf{a}(\theta)|^2} \times \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta) \\ &= \frac{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta)E_N E_N^H \mathbf{a}(\theta)} \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$E_N \triangleq [\mathbf{e}_{L+1}, \dots, \mathbf{e}_K] \quad (2.32)$$

と表される．これは通常，MUSIC スペクトラムと呼ばれ， θ に対するスペクトラムの L 個のピークを探すことにより $\{\theta_1, \dots, \theta_L\}$ を求める．こうして到来方向が決まれば，逆行列演算（一般逆行列演算）により

$$S = (A^H A)^{-1} A^H (R_{xx} - \sigma^2 I) A (A^H A)^{-1} \quad (2.33)$$

を計算し，この行列 S の第 i 対角成分から第 i 到来波の受信電力（強度）が得られる．なお，式 (2.18) から分かるように，内部雑音に等しい最小固有値を少なくとも一つ確保するため，正確な到来方向推定を行うにあたって，アレーの素子数は $K \geq L + 1$ が必要条件となる．

また，MUSICによる方向推定の後，方向行列（モード行列）により到来波の再生（signal copy または signal reconstruction）すなわち分離受信を最尤法に基づいて次式のように行うことができる．

$$\hat{F}(t) = (A^H A)^{-1} A^H \mathbf{X}(t) \quad (2.34)$$

ここに， $\hat{F}(t)$ は信号ベクトル $F(t)$ の推定値である．これは，

$$\mathbf{W}^H = (A^H A)^{-1} A^H \equiv [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_L]^H \quad (2.35)$$

とおけば， \mathbf{W} の第 ℓ 列ベクトル \mathbf{w}_ℓ が第 ℓ 到来波を選択受信するためのアレーの最適ウェイトとなる．

2.3 F/B空間平均法

受信信号の相関行列 R_{xx} に施す空間平均法について述べる．前節で述べた MUSIC 法アルゴリズムを用いる際，相関を持つ複数の波がアレーに入射する場合に相関行列のランクが縮退を起し，固有値展開や逆行列を用いる手法において正しく到来方向推定を行うことができない．

これらの問題の解決策として，F/B(Forward Backward) 空間平均法が挙げられる．空間平均法の基本原理は，相関波の位相情報が受信位置で異なることを利用して，受信点を適当に平行移動させて相関行列を求めれば相関が低下するものである．通常は，アレーアンテナを物理的に動かすことはせず，同じ配列を持ったサブアレーを複数個取り出し，その相関行列を平均する方法がとられる．

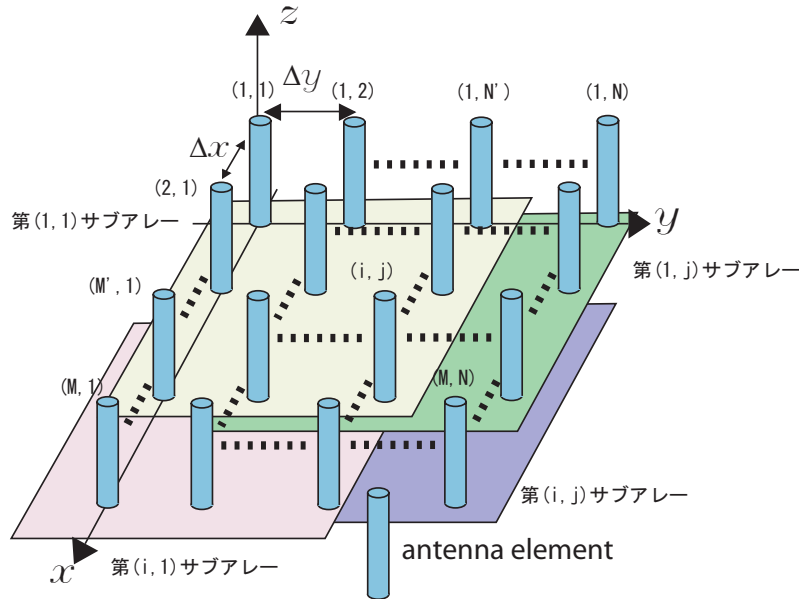


図 2.3: 矩形アレーに対応するサブアレー

図 2.3 は，矩形アレーに対応する矩形サブアレーを示す．まず，全アレー ($M \times N$ 素子) の入力ベクトルのうち， $M' \times N'$ 素子からなる第 (i, j) サブアレー素子の入力ベクトルを取り出し， P 個の部分相関行列を求める．第 p 部分相関行列は次のように表される．

$$X_{i,j}(t) = [x_{i,j}(t), \dots, x_{i,j+N'-1}(t), \dots, x_{i+M'-1,j}(t), \dots, x_{i+M'-1,j+N'-1}(t)] \quad (2.36)$$

$$R_{xx}^p = E [X_{i,j}(t) X_{i,j}^H(t)] \quad (2.37)$$

$$(i = 1, 2, \dots, M - M' + 1, j = 1, 2, \dots, N - N' + 1)$$

そして，この P 個の部分相関行列について平均する．このようなサブアレーに対応する相関行列を適当に重み付けし，平均することで到来波の相関値を低下させる．重み付

ける係数を z_n とし、空間平均後の相関行列は次のように与えられる。

$$R_{xx}^f = \sum_{p=1}^P z_p R_{xx}^p \quad (2.38)$$

ここで通常、空間平均法はランクの回復を目的として行われるため、重み付けを行わず単純な平均操作で相関行列を求める。つまり、次のような一様平均を用いる。

$$z_p = \frac{1}{P} \quad (2.39)$$

さらに F/B 空間平均法では、ここまで述べた通常入力ベクトルを用いた空間平均法に加え、アレーを逆から数えた入力ベクトルの複素共役ベクトル (*Backward* ベクトル) を用いることで、更に平均効果の上昇を図る。*Backward* ベクトルは次のように表現される。

$$X_b(t) = JX^*(t)J = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

この *Backward* ベクトルを用いて、相関行列 R_{xx}^b を定義すると、

$$R_{xx}^b = X_b(t)X_b^H(t) \quad (2.41)$$

これらの相関行列を用いて、新たに相関行列を次のように定義する。

$$R_{xx}^{fb} = \frac{R_{xx}^f + R_{xx}^b}{2} \quad (2.42)$$

この相関行列を到来方向推定アルゴリズムに適用することにより、相関波の到来方向推定を行うことができる。しかし、この空間平均法を用いることによってアレー自由度は、前節で述べた空間平均法を用いることにより、サブアレーのアレー数 ($= M' \times N' - 1$) まで低下する。

2.4 提案手法

2.2 節において，MUSIC 法を用いて正確な到来方向推定を行うにあたって，到来波数は $L \leq K - 1$ が必要条件となることを述べた．これはアレーアンテナを用いた他の到来方向推定法も同様である．一般的に，アレー自由度を超える数の波が到来した場合 ($L \geq K$)，到来方向推定精度は著しく劣化する．本論文では，アレー自由度を超える数の到来波が存在する場合，つまり MUSIC 法による到来方向推定を行う事ができない状況においても，最大の電界強度を持つ到来波の到来方向推定を行うことを目的とし，相関行列の固有値展開を行い第一固有ベクトルを抜き出し相関行列を再構成した後に空間平均を施し，その後 MUSIC 法により到来方向推定を行う手法を提案する．全体的な流れを図 2.4 に示す．

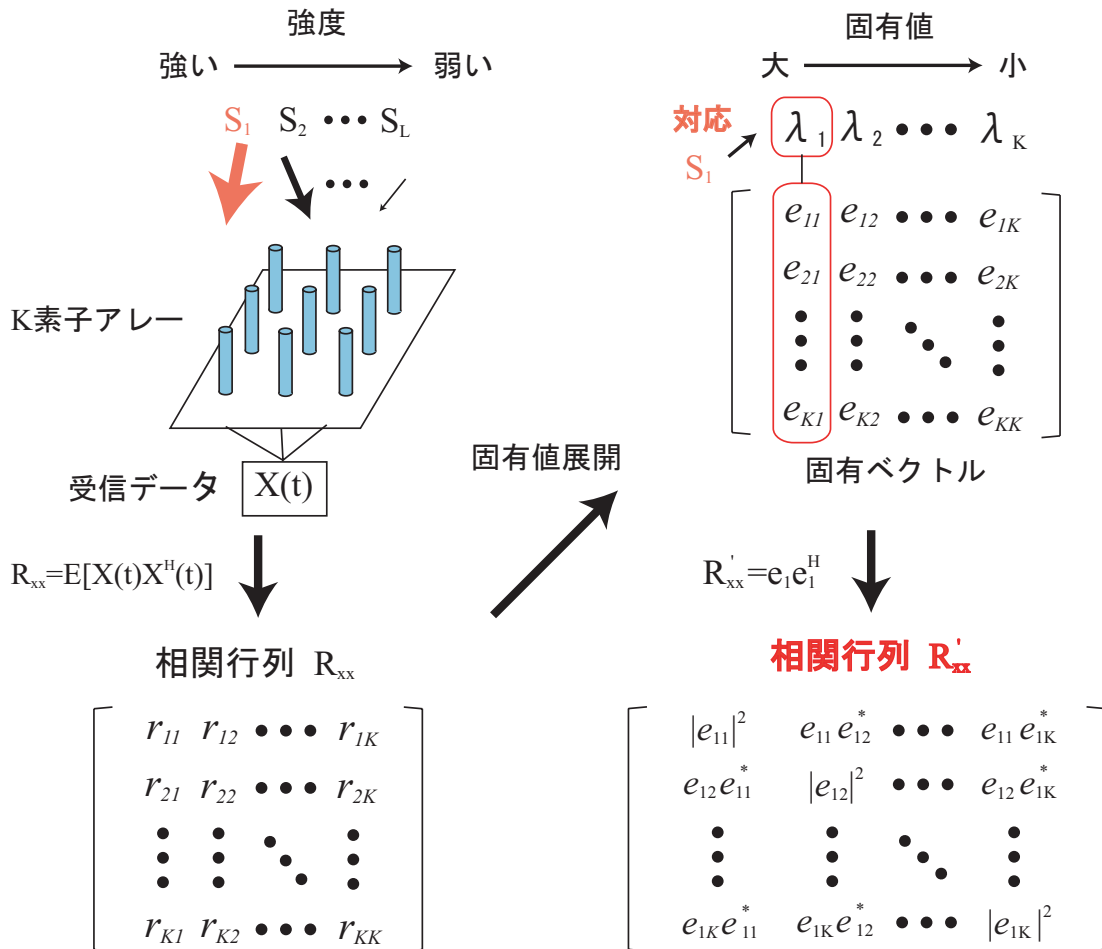


図 2.4: 提案手法における推定方法

ここでは、その具体的な手法について述べる。まず、相関行列 R_{xx} を固有値展開する。式 (2.19) と同様に、第一固有値に対応する固有ベクトルは、

$$\begin{aligned} R_{xx} \mathbf{e}_1 &= (ASA^H + \sigma^2 I) \mathbf{e}_1 \\ &= \lambda_1 \mathbf{e}_1 \end{aligned} \tag{2.43}$$

のように表される。この固有ベクトルは最大固有値に対応し、最大の電界強度を持つ信号の方向成分を主に含んでいる。この固有ベクトルを用いて次のように相関行列を計算する。

$$R'_{xx} = E \left[\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1^H \right] \tag{2.44}$$

そして、この相関行列を従来法における相関行列と同様に扱い、式 (2.36) ~ 式 (2.42) で示した空間平均を施し、MUSIC 法に適用することで最大強度到来波に対する到来方向推定を行う。空間平均法を適用することでの自由度の低下により、到来波数がアレー自由度を超えてしまうような場合において、第一固有ベクトルを抜き出し、他の波に対する情報を削減することで、最大強度到来波についての到来方向推定精度の上昇が期待できる。この手法の精度について次章で詳しくシミュレーションを行い、有用性の検討を行う。

第 3 章

シミュレーションによる性能評価

本章では，シミュレーションによりアレー自由度を超える波数が到来する様々な場合の特性について，MUSIC 法と提案手法を比較することで提案手法の有効性を確認する．まず，本論文で用いるアレーアンテナ，到来波の設計を行い，その設計に対して様々な状況におけるシミュレーションにより，従来法と提案手法の比較を行う．比較対象は最大電界強度を持つ波の到来方向推定精度のみとする．

3.1 シミュレーション諸元

本論文におけるシミュレーションでは不法リピーターの検出なども視野にいれた推定を行うため，矩形アレーを用いる．また，市街地などにおける相関を有する波の推定も可能にする必要があるため， 3×3 素子矩形アレーに対して， 2×2 素子サブアレーをとり空間平均を行う．素子数はコストや物理的な大きさの問題などから設定したものである．虚像が存在しないための素子間隔の条件として半波長未満の素子間隔をとるが，素子間隔が狭すぎると素子間相互結合の影響を受けることや，開口長が小さくなるために推定精度が低下することが考えられる．よって素子間隔は 0.4 波長間隔として設定する．諸元を表 3.1 に示す．

MUSIC 法と提案手法の角度スペクトラムを図 3.1 に示す．このように自由度を超える波数の到来波が到来する状況において複数のピークが検出されるが，最大の電界強度を持つ到来波については，前章で述べた強度推定を行う事によって推定を行う．

到来波状況を図 3.2 ~ 図 3.5 に示すように到来波状況を 4 つのケースに分ける．ここで，矢印の太さが信号の電界強度を示しており，太い矢印が推定を行う最大強度到来波である．これらのそれぞれのケースについてシミュレーションを行い比較検討を行う．

表 3.1: シミュレーションの諸元

アレー形状	矩形アレー
素子数	3×3
サブアレー	2×2
素子間隔	0.4λ
変調方式	無変調
SNR	20dB
スナップショット	100times
到来波数	4波

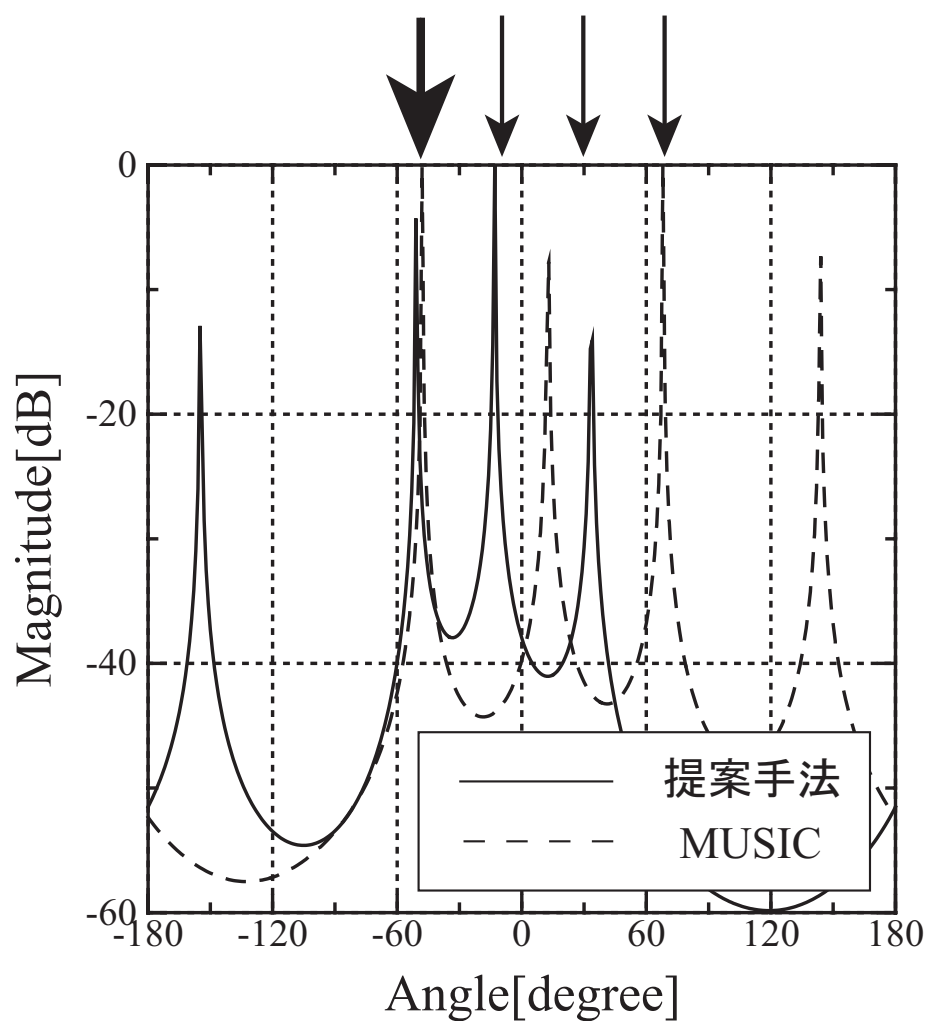
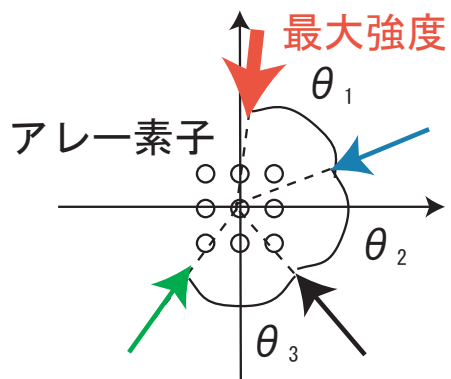
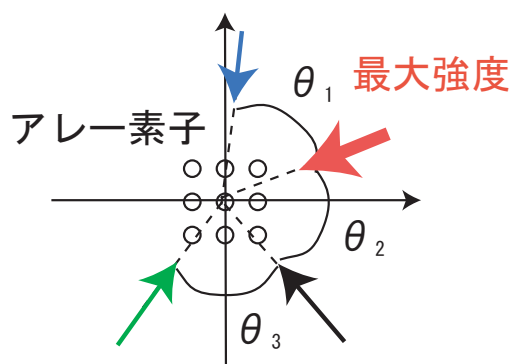


図 3.1: 角度スペクトラム



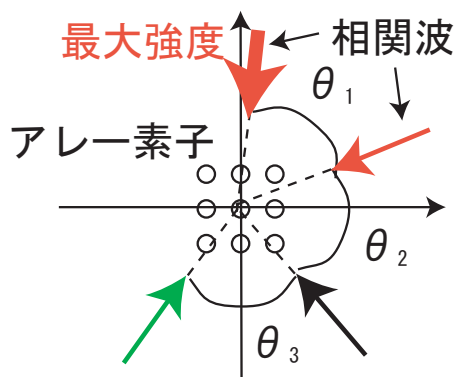
- ・無相関4波
- ・最大強度到来波が端から到来

図 3.2: ケース 1



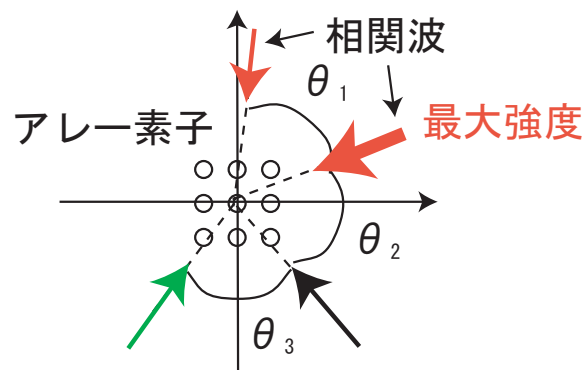
- ・無相関4波
- ・最大強度到来波が他の波に囲まれる

図 3.3: ケース 2



- ・相関波含む4波
- ・最大強度到来波が端から到来

図 3.4: ケース 3



- ・相関波含む4波
- ・最大強度到来波が他の波に囲まれる

図 3.5: ケース 4

3.2 到来角度差に対する特性

到来方向推定の精度は，到来波の到来角度差に依存する部分大きい．アレー自由度を超える数の波が到来するような状況においても，到来角度差は到来波推定精度に大きく影響を及ぼす．ここで，

$$\theta_0 = \theta_1 = \theta_2 = \theta_3 \quad (3.1)$$

として，各到来波間の角度差 θ_0 を定義する．ここで，図 3.2～図 3.5 のそれぞれの到来波状況において， θ_0 を変化させ，その時の RMSE の変化について調べるシミュレーションを行い，従来の MUSIC 法と提案手法の比較検討を行った．ここで，最大強度到来波と他の波の強度差は $3dB$ とした．その結果を図 3.6～図 3.9 に示す．今回検討を行った 4 つのケース全てにおいて，提案手法の精度が従来法を上回っていることがわかる．特にケース 1 では，提案手法を用いた場合の RMSE が 2 度以下となっており，高精度な方向推定ができています．また，従来法ではケース 1，ケース 3 において角度差が大きくなると推定誤差が大きくなる傾向が見られたが，提案手法ではケース 3 を除いては角度差が大きい程良好な推定精度が得られることがわかる．これは固有ベクトルを抜き出す際に，他の固有ベクトルの干渉が角度差に依存するためである．

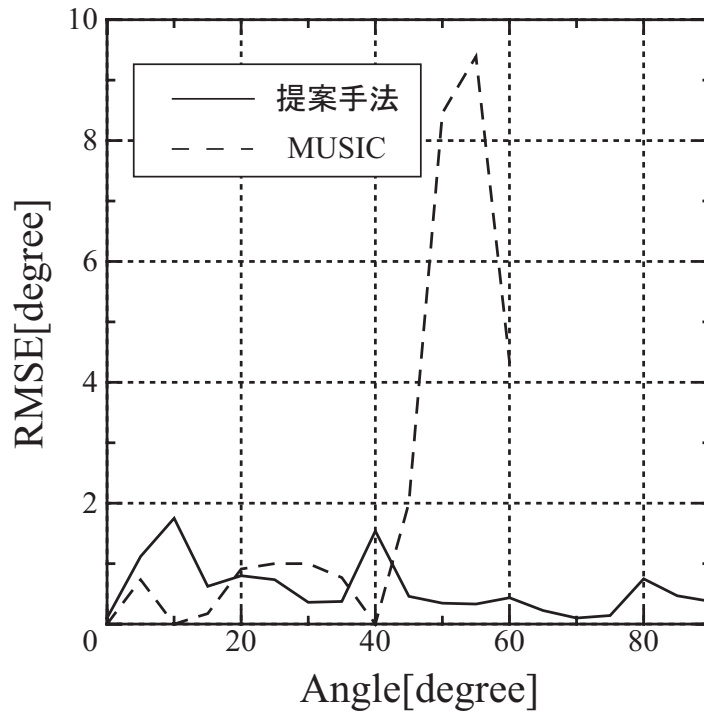


図 3.6: 角度差特性・無相関波 (ケース 1)

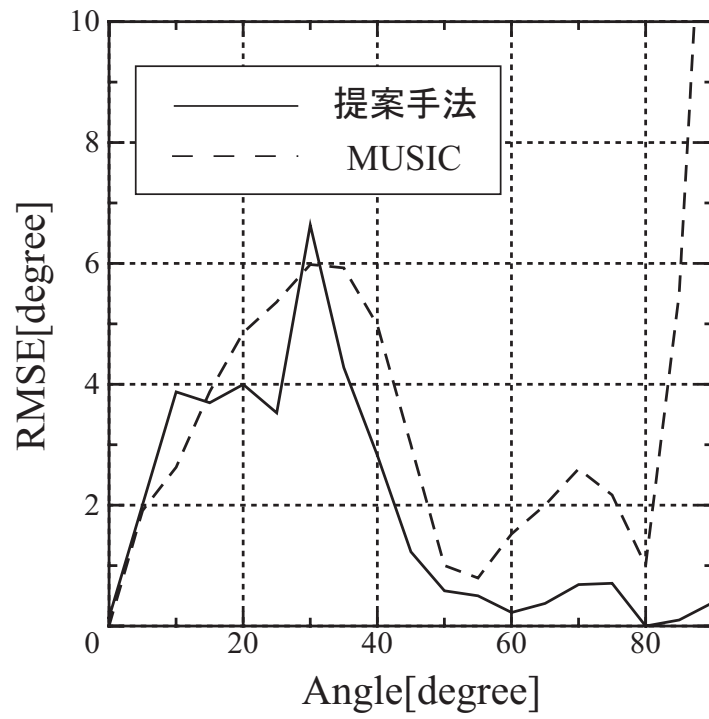


図 3.7: 角度差特性・無相関波 (ケース 2)

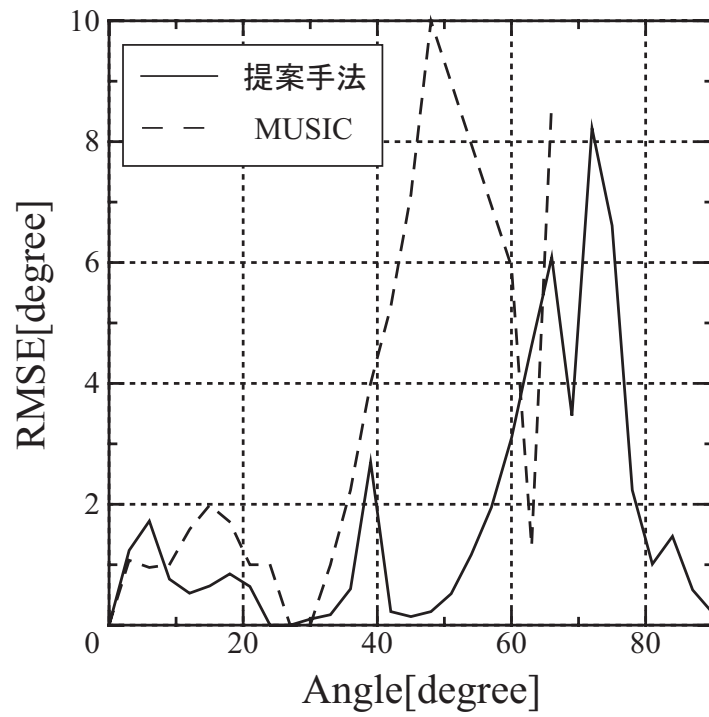


図 3.8: 角度差特性・相関波 (ケース 3)

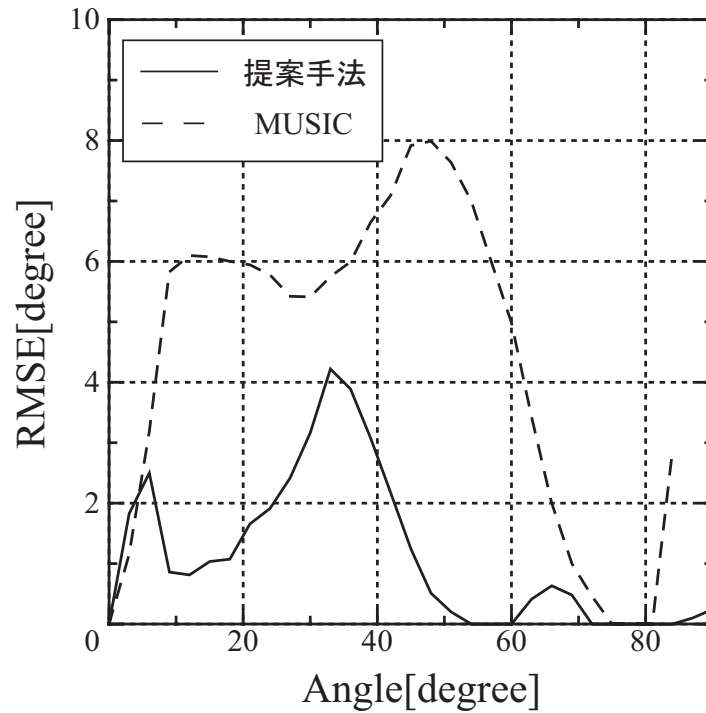


図 3.9: 角度差特性・相関波 (ケース 4)

3.3 到来強度差に対する特性

到来方向推定精度は，角度と同様に到来波の電界強度にも依存する．これは MUSIC 法のように固有値展開を用いる方法においても例外ではない．本節においては，前節と同様図 3.2～図 3.5 の場合について，最大の電界強度をもつ到来波と他の波の電界強度の差を SIR で表現し，これを变化させた時の RMSE の变化を調べるシミュレーションを行い，従来の MUSIC 法と提案手法の精度の比較検討を行った．ただし，到来角度差 θ_0 は 40° とした．

シミュレーション結果を図 3.10～図 3.13 に示す．従来の MUSIC 法では，ケース 2 やケース 4 のような，最大強度到来波が他の波に囲まれるような状況において，推定ができない結果となった．一方，提案手法では完全に高精度とはいえないものの，従来法では推定できないという状況においてもある程度の精度での推定を行うことができ，有効性が確認できる．特にケース 3，4 のような相関波が到来する場合においては SIR による劣化がみられず，RMSE 3 度以下の推定ができている．また，無相関波の推定においては SIR の影響が大きいが，これは他の波の強度が強い場合においては固有値の差が小さくなり，第一固有ベクトルにおいても精度の劣化が起こるためと考えられる．

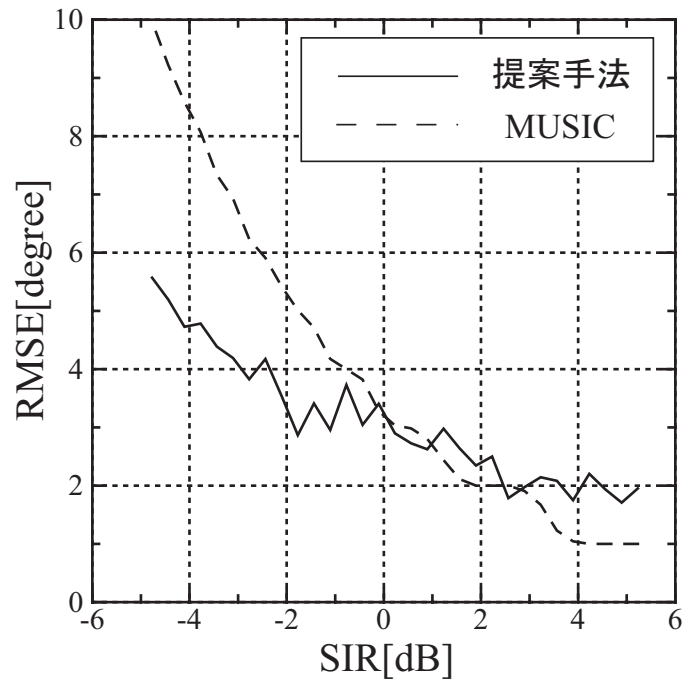


図 3.10: 強度特性・無相関波 (ケース 1)

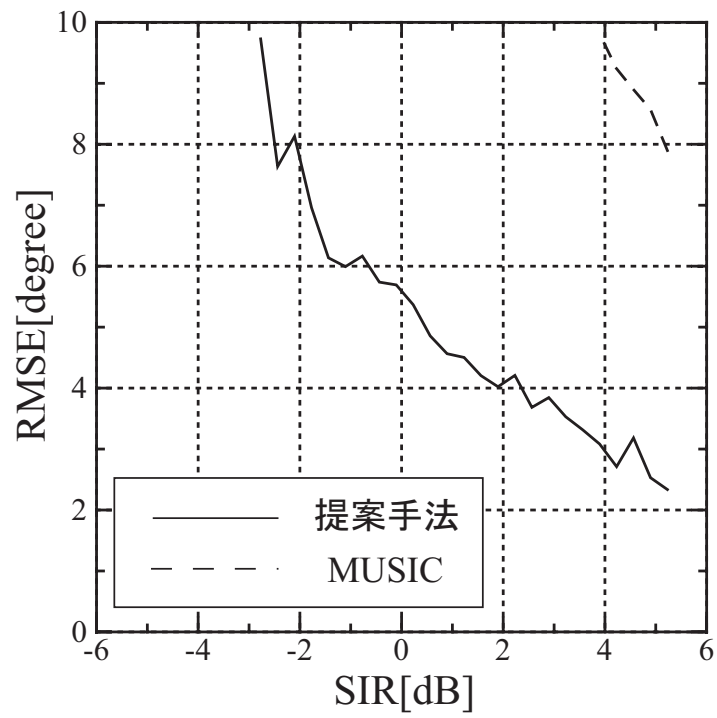


図 3.11: 強度特性・無相関波 (ケース 2)

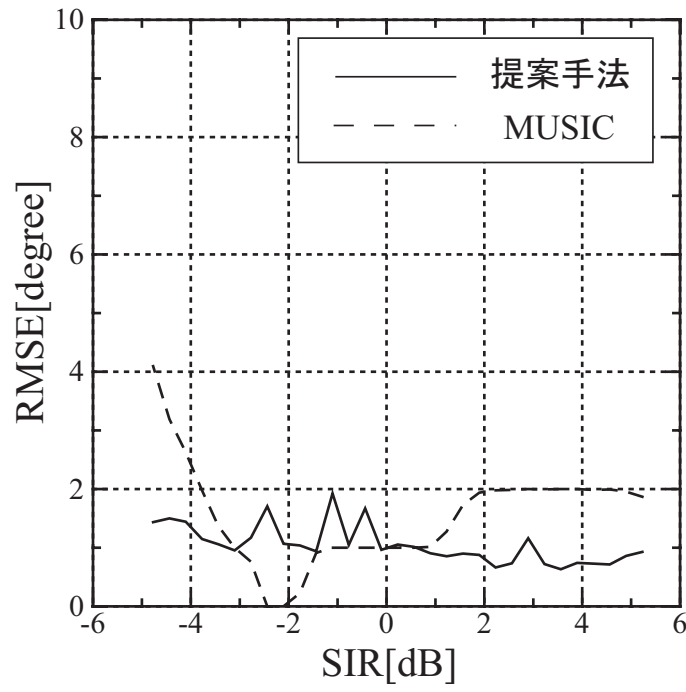


図 3.12: 強度特性・相関波 (ケース 3)

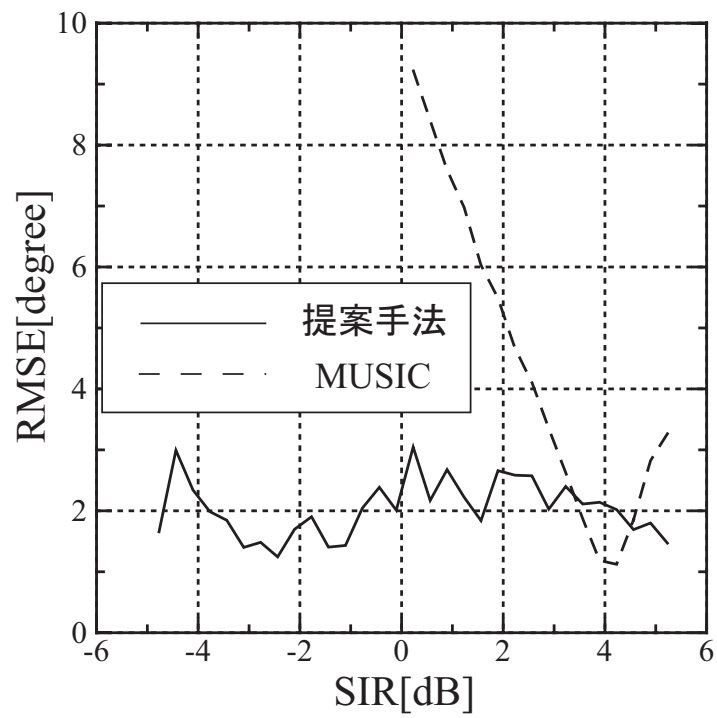


図 3.13: 強度特性・相関波 (ケース 4)

表 3.2: シミュレーション結果

	成功確率	RMSE
従来法	94.3 %	3.4898
提案手法	98.5 %	2.1404

3.4 ランダムな到来波に対する特性

前節までで、到来角、電界強度に対する特性を比較し、様々な点で提案手法の有効性を示した。しかし、到来角、強度、相関などのパラメータは無限にあり、さらに様々な電波到来状況を視野に入れた比較の必要がある。よって、到来角、強度、相関それぞれをランダムに与えることにより、より一般的な場合についての検討を行う。

到来波数は4波とし、到来角は $-180^\circ \sim 180^\circ$ 、電界強度は最大強度到来波を10dBとし、他の波を0~7dBの範囲で一様分布する乱数を与えた。また、信号間相関は完全相関と無相関のみを考え、それぞれの到来波間の相関をランダムに与えた。この条件下で10000回のシミュレーション試行を行い、推定成功確率、RMSEについて従来法との比較を行った。シミュレーション結果を表3.2に示す。

この結果より、自由度を超える到来波数が到来した場合において提案法は、最大の電界強度を持つ到来波を推定できなくなる状況がほとんどないということが示された。また、推定精度についてもRMSEにして1度以上の差があり、提案手法の有用性が確認された。

第 4 章

実験による評価

本章では，前章においてシミュレーションによって有用性が示された提案手法について，電波暗室内において実験を行うことにより検討を行った．

4.1 実験の諸元

電波暗室内における実験の諸元を表 4.1 に示し，図 4.1 の電波暗室内において到来方向推定実験を行った．実験には図 4.2 で示したリニアアレーを用いた．このアンテナをローテーターの上に設置し，ローテーターを回転させることで到来角を変化させて測定を行った．また，受信機から出力された信号についてサンプリング周波数 40MHz の A/D コンバーターによりデジタル信号に変換した後，PC で到来方向推定を行った．

到来波数は 3 波であり，これはアレー自由度を超えている．この状況において，SG1 からの出力を 2 つのアンテナで同じ周波数 2.001GHz の信号を送信することで相関波とし，SG2 からの出力は 500kHz 低い周波数で -3dB の強度の信号を送信することで無相関性の干渉波とした．実験結果の検討を行う際に，素子間相互結合を校正を行ったキャリブレーション方法を付録に掲載した．[5]

表 4.1: シミュレーションの諸元

アレー形状	リニアアレー
素子数	1 × 4
サブアレー	1 × 3
素子間隔	0.5λ
スナップショット	2000times
IF 周波数	10MHz
サンプリング周波数	40MHz

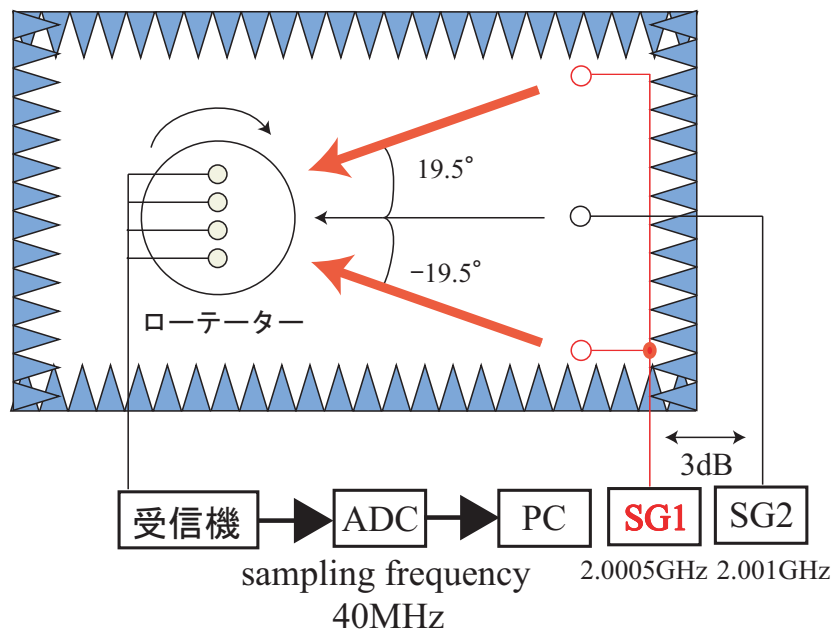


図 4.1: 電波暗室

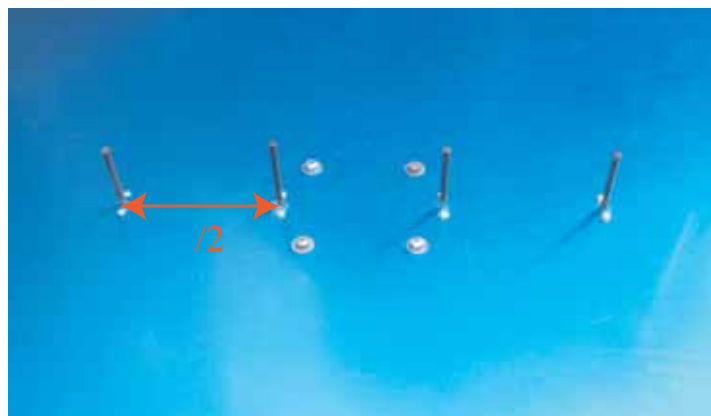


図 4.2: 実験に用いたリニアアレー

4.2 実験結果

実験結果を図 4.3 に示す．図中の矢印は到来方向を示しており，色は相関を表している．ここでは白矢印で示される相関波についての方向推定精度について評価する．この結果より，MUSIC 法では到来方向推定ができていないが，提案手法では相関を持つ 2 波に対して方向推定が成功していることがわかる．この場合における平均誤差は 3.7° となった．また，ローテーターを 30° ， 60° と回すことで到来方向を変化させ，特性の変化について検討を行った．この結果を図 4.4，図 4.5 に示す． 30° ， 60° と角度が増すにつれ，推定精度が劣化していることがわかる．これは，ブロードサイドより波が到来した場合において，リニアアレーのみかけのアレー開口長が小さくなってしまいうためであると考えられる．

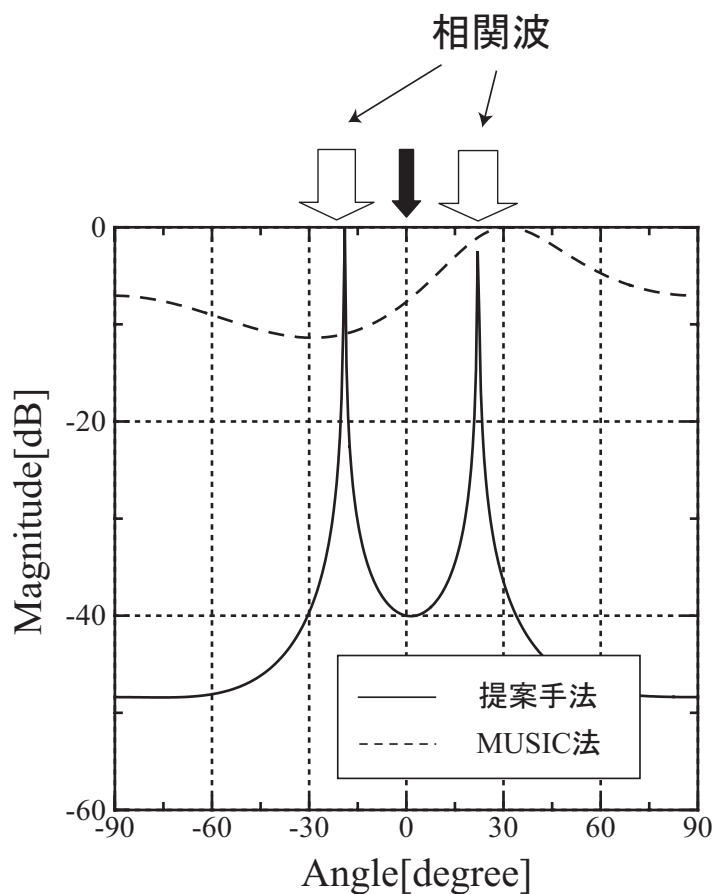


図 4.3: 実験結果

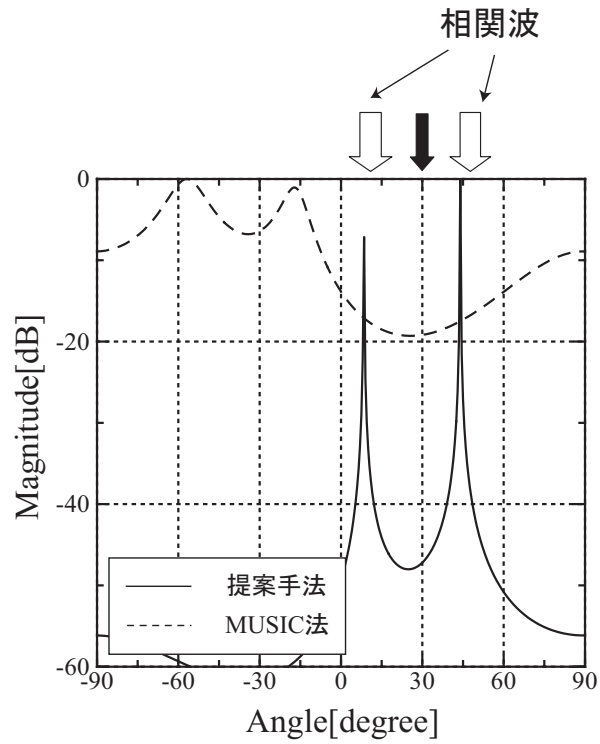


図 4.4: ローテーターを 30° 回した実験結果

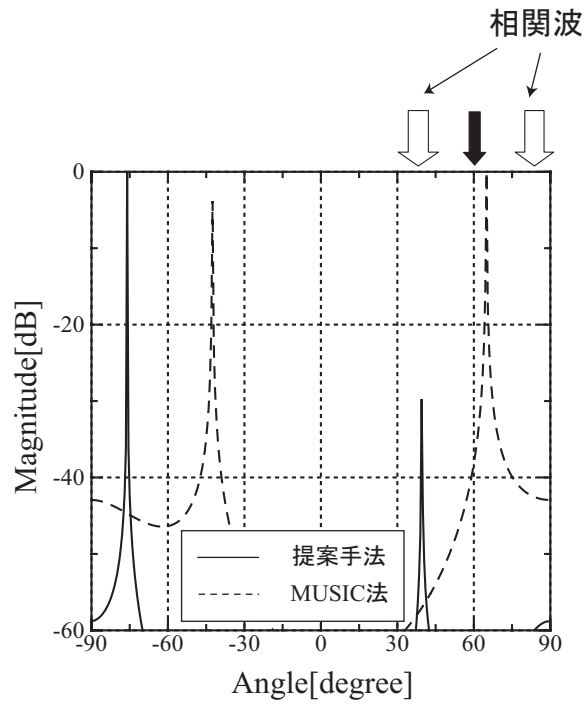


図 4.5: ローテーターを 60° 回した実験結果

第 5 章

ビームスペース方式の適用

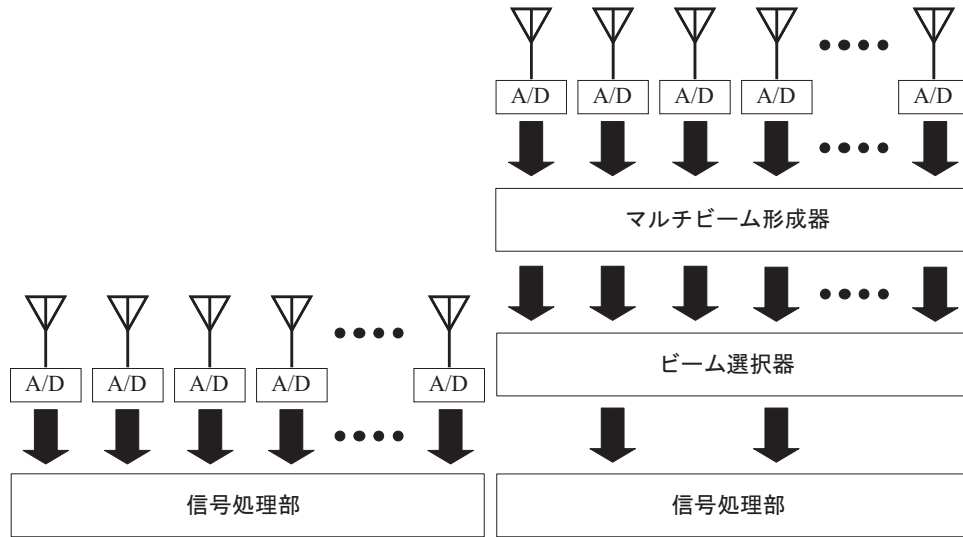
アダプティブアレーの構成方法として，それぞれのアンテナ素子からの出力に対して重み付けを行い指向性を最適化するエレメントスペース (element-space) 方式と，マルチビームを形成した後，各々のビーム出力に対して重み付けを行う構成をビームスペース (beam-space) 方式の二つの方式が知られている．図 5.1 に両方式を示す．これまで本論文では，エレメントスペース方式で到来方向推定を行ってきた．しかし，第一固有値から相関行列を計算する提案手法に加えて，到来波の空間的な分離を行うビームスペース方式を適用することで，より最大強度到来波にねらいを絞り，到来方向推定精度を上昇させることを考えた．本章では，ビームスペース方式の適用について検討を行った．まず原理を説明し，ビームスペース方式を適用したシミュレーションを行った結果について考察する．

5.1 ビームスペース方式の原理

以下にビームスペース方式の原理を示す．ビームスペース方式とは，ウェイトによるアンテナに指向性を持たせることで一定方向の電波を受信しやすくするビームを複数形成してから，形成されたビーム各々の出力について信号処理を行う方式である．図に，エレメントスペース方式とビームスペース方式の処理手順を示す．

ここで，空間平均法とビームスペース方式を同時に用いるため，空間平均を行った後のサブアレーに対してビームを形成する．一般的にビームスペース方式では，形成されたいくつかのビームには高い品質の信号をもつものが存在し，それらのビームを選択的に用いることによって，エレメントスペース方式と比較して回路規模と演算量を減少させることができる．

しかし本論文ではアレー自由度を超える波数を想定しており，また，方向推定精度に焦点を当てているため，計算量については考慮しないものとする．そこで本論文におい



(a) エレメントスペース方式

(b) ビームスペース方式

図 5.1: 到来波と到来方向の関係

では、ビームスペースアルゴリズムとして固有フィルタ法を用いる。[6] 固有フィルタ法では、モードベクトルの相関行列を用いて、着目する角度内 Θ に P 本のマルチビームを形成する場合の係数を求める。相関行列 R_Θ を次のように求める。

$$R_\Theta = \int_{\theta \in \Theta} a'(\theta) a'(\theta)^H d\theta \quad (5.1)$$

この手法によって得られた固有値を降順に並べ、第 p 番目の固有値に対応する第 p 固有ベクトルを選択して第 p 固有フィルタの係数 w_p とし、固有フィルタの係数行列 w_{BS} の p 列とする。係数行列 w_{BS} は素子数 $K \times P$ の行列となる。

ここで、入力ベクトル $X(t)$ に対してこの係数行列を乗算する。

$$Y_{BS}(t) = w_{BS}^H X(t) \quad (5.2)$$

ウェイト乗算後の入力ベクトル $Y_{BS}(t)$ の相関行列 R_{BS} を以下のように作成する。

$$R_{BS} = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^n Y_{BS}(t) Y_{BS}^H(t) \quad (5.3)$$

これは、次式の操作を用いても等価である。

$$R_{BS} = w_{BS}^H R_{xx} w_{BS} \quad (5.4)$$

ビームスペース方式を適用することによって、相関行列の次元が $R_{xx} \in C^{K \times K}$ から、 $R_{BS} \in C^P \times P$ に小さくなる。これより求めたウェイト乗算を行った入力ベクトルを用

表 5.1: シミュレーションの諸元

アレー形状	矩形アレー
素子数	3 × 3
サブアレー	2 × 2
素子間隔	0.4λ
変調方式	無変調
SNR	20dB
スナップショット	100times
到来波数	4 波
SIR	-10dB
到来方向	-50°, -10°, 30°, 70°

いて、次のようなビームスペース MUSIC スペクトラムを作成する．

$$P_{BMU} = \frac{\{w_{BS}^H a(\theta)\}^H \{w_{BS}^H a(\theta)\}}{\{w_{BS}^H a(\theta)\}^H E_{BN} E_{BN}^H \{w_{BS}^H a(\theta)\}} \quad (5.5)$$

E_{BN} は雑音部分空間に対応する固有ベクトルである．

5.2 シミュレーションによる評価

提案手法に対して、ビームスペース方式を用いた場合と、エレメントスペース方式を用いた場合の推定精度の変化について比較検討を行う．シミュレーション諸元を表 5.1 に示す．また、ビームスペース方式として固有フィルタ法を採用し、第一固有ベクトルと第二固有ベクトルをウェイトとして用いた．ここで、最大強度到来波の到来方向を θ_1 とすると、固有フィルタ法で着目する角度範囲 Θ は、 θ_1 のおよその方向が既知であると仮定して、

$$\theta_1 - 10^\circ + E \leq \theta \leq \theta_1 + 10^\circ + E \quad (5.6)$$

によって与えられるものとする．ここで E は θ_1 の推定誤差であり、 $\pm 10^\circ$ とした．

図 5.2, 図 5.3 にシミュレーション結果を示す．太い矢印の方向から最大強度の波が到来しており、矢印の色が相関を表している．

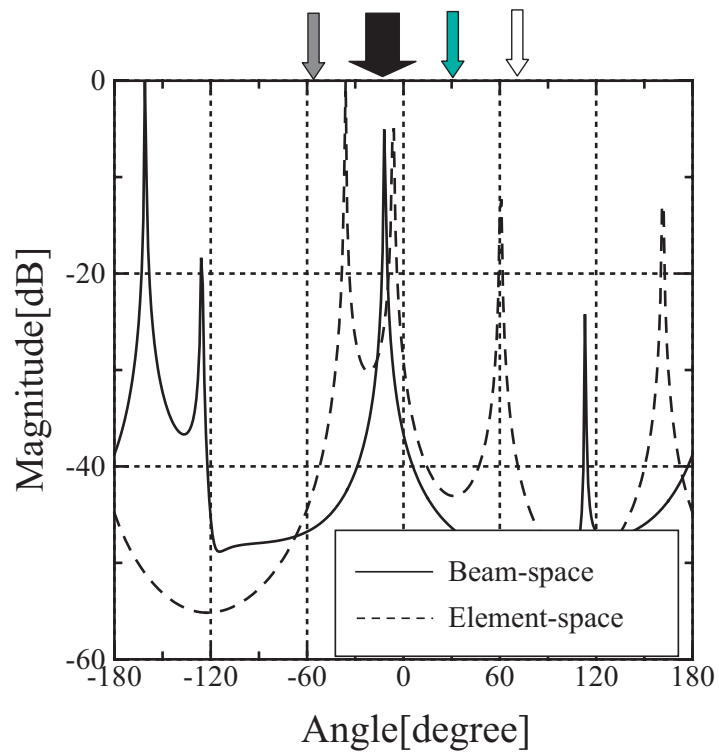


図 5.2: 無相関 4 波

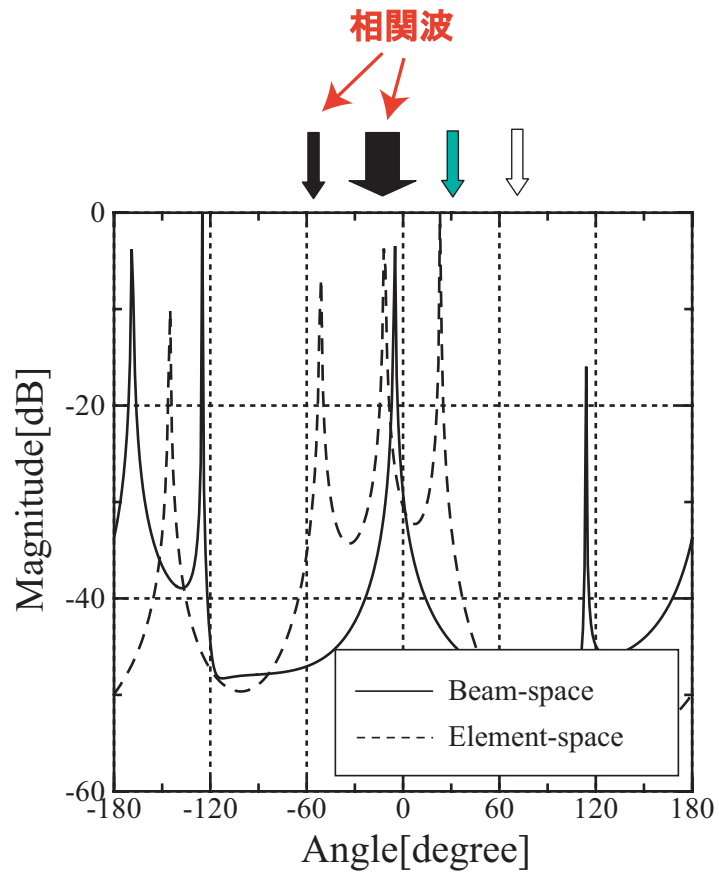


図 5.3: 相関 2 波含む 4 波

表 5.2: RMSE による比較

	RMSE[deg.]	
	無相関波	相関波
エレメントスペース	5.001	2.447
ビームスペース	1.146	6.244

図 5.2 は無相関 4 波の場合を示しており、エレメントスペース方式に比べ、ビームスペース方式を適用した場合に精度の上昇がみられる。しかし、図 5.3 は相関波を含む 4 波の場合を示しており、この状況においてはビームスペース方式の精度が劣化してしまっている。この精度について RMSE で比較を行い、RMSE に示した。この劣化の原因、また精度の改善は今後の課題となる。

第 6 章

結論

本論文では、アレー自由度を越える波が到来するような状況において、最大の電界強度を有する波の到来方向推定を行うことを目的として、相関行列の第一固有値を利用する手法を提案し、その性能の評価を行うためにシミュレーションによる検討を行い、以下を結論づけた。

- 到来波の角度差が大きくなり、MUSIC 法によって到来方向推定を行うことができない場合についても、到来方向推定を行うことができた。
- 到来波の電界強度差が大きいほど、正確な推定を行うことができた。SIR が $0dB$ 以上の場合については RMSE 4 度以下となった。
- 到来方向、電界強度、相関をランダムに与えた場合のシミュレーションにおいて、RMSE は 2 度程度となり、従来法と比較して RMSE が 1 度以上低下した。

さらなる検討のために、電波暗室内で実験を行った。実験結果より、従来法ではピークが立たず正確な推定ができなかったのに対し、提案手法では相関波に対して平均誤差 3.7 度で推定を行うことができた。

また、ビームスペース方式を適用した場合のシミュレーションも行い、無相関波が到来する場合において精度の上昇を確認したが、相関波が到来する場合において精度が劣化してしまう状況が存在し、原因の究明および精度の改善は今後の課題である。

以上のシミュレーション及び実験の結果から、提案した第一固有値を利用した手法は到来方向推定法として有用であることがわかった。

謝辞

本研究を進めるにあたり，熱心に御指導下さった新井宏之教授に深く感謝致します．また，研究生活全般に渡り，様々な面でお世話になりました博士課程3年の廣田先輩に深く感謝いたします．最後に，研究生活を共に過ごした新井研究室の皆様に深く感謝致します．

参考文献

- [1] R.O.Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," IEEE Trans. Antenna & Propagat., vol.34, No.3, pp.276-280, Mar. 1986.
- [2] R.Roy and T.Kailath, "ESPRIT—Estimation of Signal Parameter via Rotational Invariance Techniques," IEEE Trans. Accoust., Sppech & Signal Proc., vol.37, pp.984-995, July 1989.
- [3] 菊間信良, "アレーアンテナによる適応信号処理", 科学技術出版, 1998年.
- [4] 辻宏之, 辛景民, 吉本繁壽, 佐野昭, "周期定常を利用したアレーアンテナにおける到来波数と方向推定", 信学論 (B-II), vol.J81-B-II, no.1, pp.19-28, Jan. 1998.
- [5] 新井隆宏, 原六蔵, 山田寛喜, 山口芳雄"既知の波源を用いたスーパーレゾリューションアレー校正法について", 信学論 (B), vol.J86-B, no.3, pp.527-535, Mar. 2003.
- [6] K.M.Buckley, X.L.Xu, "Spatial-Spectrum Estimation in a Location Sector," IEEE Trans.Acoust., Speech,Signal Processing, vol. 38, no. 11,pp.1842-1852, Nov, 1990
- [7] 廣田明道, 市毛弘一, 新井宏之, Kyeong-sik Min, Dong-chul Kim, Jung-hun Kim, 中野雅之, "900MHz 帯到来波推定システムの試作と基礎検討", 信学技報, AP-2002-3, pp.13-18, 2002年4月.

付録 A

素子間相互結合とその校正

実際にアレーを用いて到来方向推定を行うにはスナップショットの有効性や雑音 (SNR) に関する精度劣化に加え, アンテナをアレー状に配置することにより生じる素子間相互結合の誤差という問題が生じる. この誤差要因が存在する状況で MUSIC 法を用いると推定性能は著しく劣化するため, 誤差に対して校正が必要となる.

K 素子からなるアレーアンテナを用いた場合を考えた場合, 各素子の特性のばらつきは 1 素子目の特性を基準とすると, 第 k 素子の振幅誤差 α_k , 位相誤差を Φ_k と表すと素子の特性は次式のように定式化される.

$$\Gamma = \text{diag}[\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_K] \quad (\text{A.1})$$

$$\gamma_k = \alpha_k e^{j\phi_k} \quad (\text{A.2})$$

ここで $\text{diag}[\cdot]$ は各要素を対角成分とする対角行列を表す. また, γ_1 は基準の値であるので 1 とする. 更に, 素子間相互結合 C は次のように定式化される.

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1K} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{K1} & c_{K2} & \dots & c_{KK} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

C の i 行 j 列の要素は i 番目の素子の j 番目の素子に対する結合を意味する.

式 (??) の $X(t)$ は上述の C と Γ により

$$X'(t) = C\Gamma A F(t) + N(t) \quad (\text{A.4})$$

のように劣化する.

以下に, 素子間相互結合を含めた校正の方法を示す. 素子特性の校正と同様に, $C \times \Gamma$ の値を推定することができれば, 式 (A.4) の両辺の左側から推定した $C\Gamma$ の逆行列をか

けてやると

$$(C\Gamma)^{-1}X'(t) = (C\Gamma)^{-1}(C\Gamma)AS(t) + (C\Gamma)^{-1}N(t) \quad (\text{A.5})$$

$$= AF(t) + (C\Gamma)^{-1}N(t) \quad (\text{A.6})$$

となり，素子のばらつきや素子間相互結合などによる受信信号の劣化を校正することができる．

素子数が K のアレーアンテナを考えると， C は未知数が $(K \times K)$ 個の行列であり， Γ は未知数が $(K-1)$ 個の行列であるので，合計 $(K^2 + K - 1)$ 個の未知数がある．誤差モデルを決定するにはこれらの未知数の数のデータが必要である．

校正用データとして到来方向 θ_i が既知である 1 波の入射データが得られているものとする．

$$x_i = C\Gamma a(\theta_i)F_1 + N_1 \quad (\text{A.7})$$

この式から相関行列 R_i を計算し，固有値展開を行うことにより次の関係式が得られる．

$$R_i = E[x_i x_i^H] = \sum_{j=1}^N \lambda_j^{(i)} e_j^{(i)} e_j^{(i)H} \quad (\text{A.8})$$

λ は固有値であり， e_j は j 番目の固有値に対応する固有ベクトルである． θ_i 方向からの入射波により得られた雑音固有ベクトルを $e_j^{(i)}$ ($j = 2, 3, 4$) とする．

式 (A.7) の相関行列の固有値，固有ベクトルにより雑音電力，及び相関行列中の信号成分は次のように推定される．

$$\sigma_N^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=2}^N \lambda_j^{(i)} \quad (\text{A.9})$$

$$R_i - \sigma_N^2 I = (\lambda_1^{(i)} - \sigma_N^2) e_1^{(i)} e_1^{(i)H} \quad (\text{A.10})$$

上式及び式 (A.7) から次式が成立することがわかる．

$$|f_i|^2 C\Gamma a(\theta_i) a^H(\theta_i) \Gamma^H C^H = (\lambda_1^{(i)} - \sigma_N^2) e_1^{(i)} e_1^{(i)H}$$

すなわち

$$k_i C\Gamma a(\theta_i) = e_1^{(i)} \quad (\text{A.11})$$

ここで k_i は未知の複素定数である．一方，雑音部分空間に着目すると

$$[C\Gamma a(\theta_i)] \perp [e_2^{(i)}, \dots, e_N^{(i)}] \quad (\text{A.12})$$

すなわち，

$$e_j^{(i)H} (C\Gamma a(\theta_i)) = 0 \quad (j = 2, \dots, N) \quad (\text{A.13})$$

が得られる．式 A.11 における複素係数 k_i は一般には未知であり，一般に異なる入射波データでは異なる値となる．特に位相は $e_1^{(i)}$ が一意に決定しないことから固有値解析に依存することがわかる．したがって，未知パラメータの増加をもたらすこととなる．以下に 4 素子のアレーについて C ，及び Γ の推定法を示す．素子数が 4 であると， C ， Γ は次式で与えられる．

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$$\Gamma = \text{diag}[\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4] \quad (\text{A.15})$$

式 (A.13) の関係式より， $e_j^{(i)H}$ ， $a(\theta_i)$ に関して

$$\begin{aligned} e_j^{(i)H} C \Gamma a(\theta_i) &= [e_{j,1}^{(i)*}, e_{j,2}^{(i)*}, e_{j,3}^{(i)*}, e_{j,4}^{(i)*}] \\ &\quad \times \begin{bmatrix} c_{11}\gamma_1 a_{i,1} + c_{12}\gamma_2 a_{i,2} + c_{13}\gamma_3 a_{i,3} + c_{14}\gamma_4 a_{i,4} \\ c_{21}\gamma_1 a_{i,1} + c_{22}\gamma_2 a_{i,2} + c_{23}\gamma_3 a_{i,3} + c_{24}\gamma_4 a_{i,4} \\ c_{31}\gamma_1 a_{i,1} + c_{32}\gamma_2 a_{i,2} + c_{33}\gamma_3 a_{i,3} + c_{34}\gamma_4 a_{i,4} \\ c_{41}\gamma_1 a_{i,1} + c_{42}\gamma_2 a_{i,2} + c_{43}\gamma_3 a_{i,3} + c_{44}\gamma_4 a_{i,4} \end{bmatrix} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

が得られる．ここで $*$ は複素共役で $e_j^{(i)}$ は e_j の i 番目の要素， $a_{(i,j)}$ は $a(\theta_i)$ の j 番目の要素である．ここで未知パラメータは $[c_{11}, c_{12}, \dots, c_{44}, \gamma_1, \dots, \gamma_4]$ の合計 20 個であるが，この式では $C \times \Gamma$ の積の形で表されているため，直接の導出は困難である．そこで $C \times \Gamma$ の各要素を新たな未知パラメータとして推定することを考えると，未知パラメータは

$$\begin{bmatrix} c_{11}\gamma_1 & c_{12}\gamma_2 & c_{13}\gamma_3 & c_{14}\gamma_4 \\ c_{21}\gamma_1 & c_{22}\gamma_2 & c_{23}\gamma_3 & c_{24}\gamma_4 \\ c_{31}\gamma_1 & c_{32}\gamma_2 & c_{33}\gamma_3 & c_{34}\gamma_4 \\ c_{41}\gamma_1 & c_{42}\gamma_2 & c_{43}\gamma_3 & c_{44}\gamma_4 \end{bmatrix}$$

の 16 個で与えられる．これらのパラメータをまとめると 4 素子のアンテナアレーにおいては参照信号を 1 波入力とする場合，式 (A.13) より 3 本の方程式が得られる．16 個全ての未知パラメータを決定するには M 波入力として $3M \geq 16$ を満たす，すなわち 6 波以上の参照データで推定可能となる．この条件が満たされた場合，次式が成立する．

$$Bx = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$B = \begin{bmatrix} f_2^{(1)} \tilde{A}(\theta_1) \\ f_3^{(1)} \tilde{A}(\theta_1) \\ \frac{f_4^{(1)} \tilde{A}(\theta_1)}{f_2^{(2)} \tilde{A}(\theta_2)} \\ f_3^{(2)} \tilde{A}(\theta_2) \\ \frac{f_4^{(2)} \tilde{A}(\theta_2)}{f_2^{(3)} \tilde{A}(\theta_3)} \\ \vdots \\ \vdots \\ f_4^{(M)} \tilde{A}(\theta_M) \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

ただし ,

$$f_j^{(i)} = [e_{j,1}^{(i)*}, e_{j,2}^{(i)*}, e_{j,3}^{(i)*}, e_{j,4}^{(i)*}] \quad (\text{A.19})$$

$$\tilde{A}(\theta_i) = \text{diag}[a(\theta_i)] \quad (\text{A.20})$$

$$x = [c_{11}\gamma_1, \dots, c_{14}\gamma_4, c_{21}\gamma_1, \dots, c_{24}\gamma_4, c_{31}\gamma_1, \dots, c_{44}\gamma_4]^T \quad (\text{A.21})$$

である . γ の第 1 要素は 1 であるので , x の第 1 要素も 1 となる . 残りのベクトルを x' とする . また , B の第 1 列を b , その他の部分を B' とすると

$$Bx = [b|B'] \begin{bmatrix} 1 \\ x' \end{bmatrix} = b + B'x' = 0 \quad (\text{A.22})$$

より

$$x' = -(B'^H B')^{-1} B'^H b \quad (\text{A.23})$$

として未知パラメータ x' が推定されることがわかる . 各構成パラメータは得られた x' と式 (A.21) の関係から容易に推定できる .